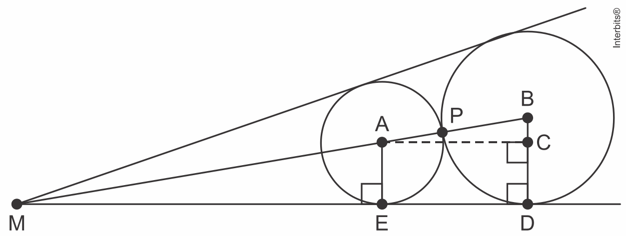
LISTA DE MATEMÁTICA II– Assunto: Semelhança de Triângulos
CURSO 2022 – Prof. Thiago

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[B]

Considere a figura.



Sendo $\overline{AP} = u$ e $\overline{PB} = v$, temos $\overline{BC} = v - u$. Assim, da semelhança dos triângulos MAE e ABC, vem

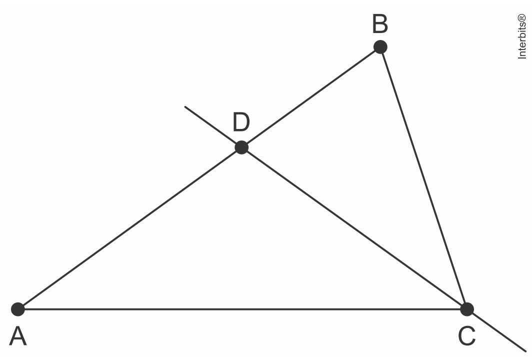
$$\frac{\overline{MA}}{u+v} = \frac{u}{v-u} \Leftrightarrow \overline{MA} = \frac{u^2 + uv}{v-u}.$$

A resposta é

$$\begin{aligned}\overline{MP} &= \overline{MA} + \overline{AP} \\ &= \frac{u^2+uv}{v-u} + u \\ &= \frac{2uv}{v-u}.\end{aligned}$$

Resposta da questão 2:
[A]

Considere a figura.



Se $CAB = 36°$ e $\overline{AB} = \overline{AC}$, então

$$ABC = BCA = \frac{180° - 36°}{2} = 72°.$$

Ademais, como $\overleftrightarrow{CD}$ é bissetriz de ACB, vem

$BCD = ACD = \dfrac{72°}{2} = 36°$. Em consequência, $\overline{AD} = \overline{CD}$ e os triângulos CAB e BCD são semelhantes por AA. Portanto, temos

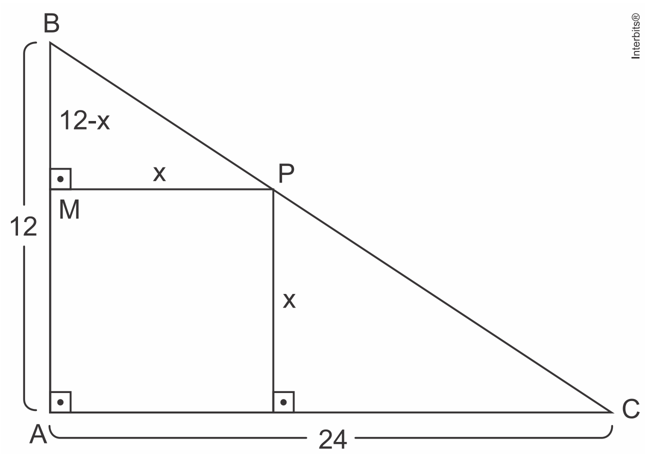
$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BC}}{1 - \overline{BC}}$$
$$\Rightarrow \overline{BC}^2 + \overline{BC} - 1 = 0$$
$$\Rightarrow \overline{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}\text{cm}.$$

Resposta da questão 3:
[C]

Calculando:

$$\frac{9}{x} = \frac{6}{7} \Rightarrow x = 10{,}5 \Rightarrow S = \frac{10{,}5 \cdot 9}{2} = 47{,}25\ \text{cm}^2$$

Resposta da questão 4:
[D]



$$\Delta BMP \sim \Delta BAC \Rightarrow \frac{12-x}{12} = \frac{x}{24} \Rightarrow$$
$$x = 24 - 2x \Rightarrow 3x = 24 \Rightarrow x = 8$$

Portanto, a área A do quadrado, será:

$$A = 8^2 = 64\ \text{cm}^2$$

Resposta da questão 5:
[A]

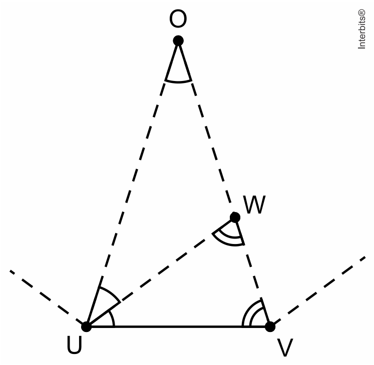
Calculando:

$$\overline{OP} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{5}{3} = \frac{7}{y_Q} \Rightarrow 5 \cdot y_Q = 21 \Rightarrow y_Q = \frac{21}{5} \\ \frac{5}{4} = \frac{7}{x_Q} \Rightarrow 5 \cdot x_Q = 28 \Rightarrow x_Q = \frac{28}{5}\end{aligned}\right\rangle \Rightarrow \left(\frac{28}{5}, \frac{21}{5}\right)$$

Resposta da questão 6:
[A]

Considere a figura.



Tem-se que $U\hat{O}V = \dfrac{360°}{10} = 36°.$ Daí, como $\overline{OU} = \overline{OV},$ segue que OUV é isósceles de base UV e, portanto, vem $O\hat{U}V \equiv O\hat{V}U = 72°.$ Mas UW é bissetriz de $O\hat{U}V,$ o que implica em $V\hat{U}W \equiv O\hat{U}W = 36°.$

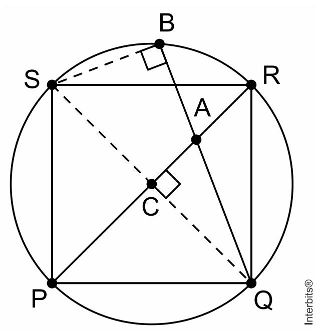
Em consequência, os triângulos OUV e UVW são semelhantes por AA, de tal sorte que $\overline{UV} = \overline{UW} = \overline{OW} = 2\,\text{m}.$ Dessa semelhança, vem

$$\frac{\overline{UV}}{\overline{VW}} = \frac{\overline{OV}}{\overline{UW}} \Leftrightarrow \frac{2}{\overline{OV}-2} = \frac{\overline{OV}}{2}$$
$$\Leftrightarrow \overline{OV}^2 - 2\overline{OV} - 4 = 0$$
$$\Rightarrow \overline{OV} = (1+\sqrt{5})\,\text{m}.$$

A resposta é
$\overline{UV} + \overline{UW} + \overline{VW} = 2\cdot 2 + 1 + \sqrt{5} - 2 = (3+\sqrt{5})\,\text{m}.$

Resposta da questão 7:
[C]

Considere a figura, em que ℓ é a medida do lado do quadrado $PQRS.$

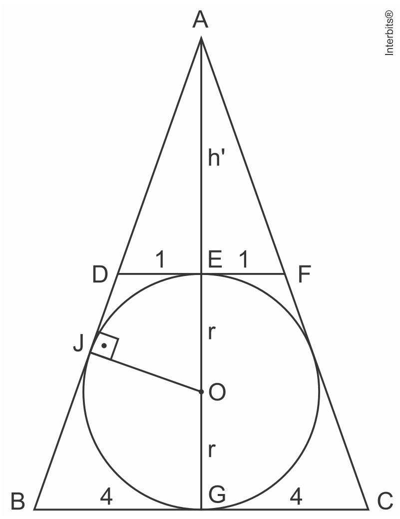


É fácil ver que os triângulos BQS e CQS são semelhantes por $AA.$ Ademais, como $\overline{QS} = \ell\sqrt{2}\,\text{cm}$ e C é ponto médio de $QS,$ temos

$$\frac{\overline{QC}}{\overline{QB}} = \frac{\overline{QA}}{\overline{QS}} \Leftrightarrow \frac{\frac{\ell\sqrt{2}}{2}}{10} = \frac{6}{\ell\sqrt{2}}$$
$$\Leftrightarrow \ell^2 = 60$$
$$\Rightarrow \ell = 2\sqrt{15}\,\text{cm}.$$

Resposta da questão 8:
[A]

Calculando:



$\Delta AED \sim \Delta AGB$

$$\frac{h'}{h'+2r} = \frac{1}{4} \Rightarrow h' = \frac{2r}{3}$$

Em ΔAJO:

$$(h'+r)^2 = x^2 + r^2 \Rightarrow (h')^2 + 2h'r + r^2 = x^2 + r^2 \Rightarrow (h')^2 + 2h'r = x^2$$
$$\left(\frac{2r}{3}\right)^2 + 2\cdot\frac{2r}{3}\cdot r = x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{4r^2}{9} + \frac{4r^2}{3} \Rightarrow x^2 = \frac{16r^2}{9} \Rightarrow x = \frac{4r}{3}$$

$\Delta AJO \sim \Delta AGB$

$$\frac{x}{h'+2r} = \frac{r}{4} \Rightarrow \frac{\frac{4r}{3}}{\frac{2r}{3}+2r} = \frac{r}{4} \Rightarrow \frac{4r}{8r} = \frac{r}{4} \Rightarrow r = 2$$

$$S_c = \pi r^2 = \pi\cdot 2^2 \Rightarrow S_c = 4\pi\,\text{cm}^2$$