



BORA PASSAR?

**Objetivos do conhecimento:**

- OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS, POTENCIAÇÃO, PRODUTOS NOTÁVEIS E FATORAÇÃO;
- OS CASOS DE POLINÔMIOS, POTENCIAÇÃO, PRODUTOS NOTÁVEIS E FATORAÇÃO

**Habilidades:**

- RECONHECER OS CASOS DE POLINÔMIOS, POTENCIAÇÃO, PRODUTOS NOTÁVEIS E FATORAÇÃO;
- APLICAR OS CONHECIMENTOS NOS CASOS DE EXERCÍCIOS PROBLEMAS DE POLINÔMIOS, POTENCIAÇÃO, PRODUTOS NOTÁVEIS E FATORAÇÃO;

**APROFUNDANDO O CONHECIMENTO COM OS BIZUS DO PROF MARCOS**

OBS: Radicais alternados simples:



$$\sqrt{a - \sqrt{a + \sqrt{a - \dots \dots \dots \infty}}} = \begin{cases} \frac{1 + \sqrt{1 + 4a}}{2}, 0 < a \leq 1 \\ \frac{-1 + \sqrt{4a - 3}}{2}, a > 1 \end{cases}$$

Obs: Radicais Alternados de termos consecutivos:

$$\sqrt{a(a+1) - \sqrt{a(a+1) + \sqrt{a(a+1)}}} = a \quad \forall a > 0$$



# POTENCIAÇÃO

**POTENCIAÇÃO** é uma forma de representação da multiplicação.

$a^n = p$  onde  $a$ =base,  $n$ =expoente e  $p$ =potência ou resultado  
(A base multiplicada por ela mesma o número de vezes indicado pelo expoente)

Exemplo:  $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$  (3 multiplicado por ele próprio 4 vezes)

## Principais Regras e Propriedades

Principais Regras e Propriedades	
• $a^0 = 1$ (sendo $a \neq 0$ )	Ex: $7^0 = 1$ ; $(-3)^0 = 1$
• $a^1 = a$	Ex: $11^1 = 11$ ; $(-8)^1 = -8$
• $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	Ex: $4^{-2} = 1/4^2 = 1/16$ ;
• $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	Ex: $3^5 \cdot 3^2 = 3^7$ (Obs: potências de mesma base)
• $a^m : a^n = a^{m-n}$	Ex: $3^5 : 3^2 = 3^3$ ; $2^6 / 2^3 = 2^3$ (Obs: potências de mesma base)
• $(-a)^{\text{par}} = +p$	Ex: $(-4)^2 = +16$ (todo $n^{\circ}$ negativo elevado ao expoente par é sempre positivo)
• $(-a)^{\text{ímpar}} = -p$	Ex: $(-4)^3 = -64$ (todo $n^{\circ}$ negativo elevado ao expoente ímpar é sempre negativo)
• $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	Ex: $(3x)^2 = 3^2 \cdot x^2 = 9x^2$
• $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	Ex: $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$ (o que está por cima fica por dentro; o que está por baixo fica por fora)
• $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	Ex: $(2^2)^3 = 2^6$
• $-a^n \neq (-a)^n$	Ex: $-3^2 = -9$ (só o 3 está sendo elevado ao quadrado); $(-3)^2 = 9$ (o -3 está sendo elevado ao quadrado).



# PRODUTOS NOTÁVEIS



$$P_1: (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$P_2: (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$P_3: a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$P_4: (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$P_5: (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$P_6: a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$P_7: a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$P_8: (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

$$P_9: (a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b + c)(ab + ac + bc) - 3abc$$

$$P_{10}: x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = \frac{b^2 - 3abc - 3a^2d}{2a^3}$$



# FATORAÇÃO



## P<sub>1</sub>. FATOR COMUM

$$\sqrt{2} x^2 + \sqrt{6} x = \sqrt{2} x (x + \sqrt{3})$$

## P<sub>2</sub>. AGRUPAMENTO

$$\text{Ex 2: } 6ax^2 + 3bx - 2ayx - by$$

## P<sub>3</sub>. DIFERENÇA DE DOIS QUADRADOS

$$x^2 - 4 = (x + 2) \cdot (x - 2)$$

## P<sub>4</sub>. TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO

$$\text{Ex.: } x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$$

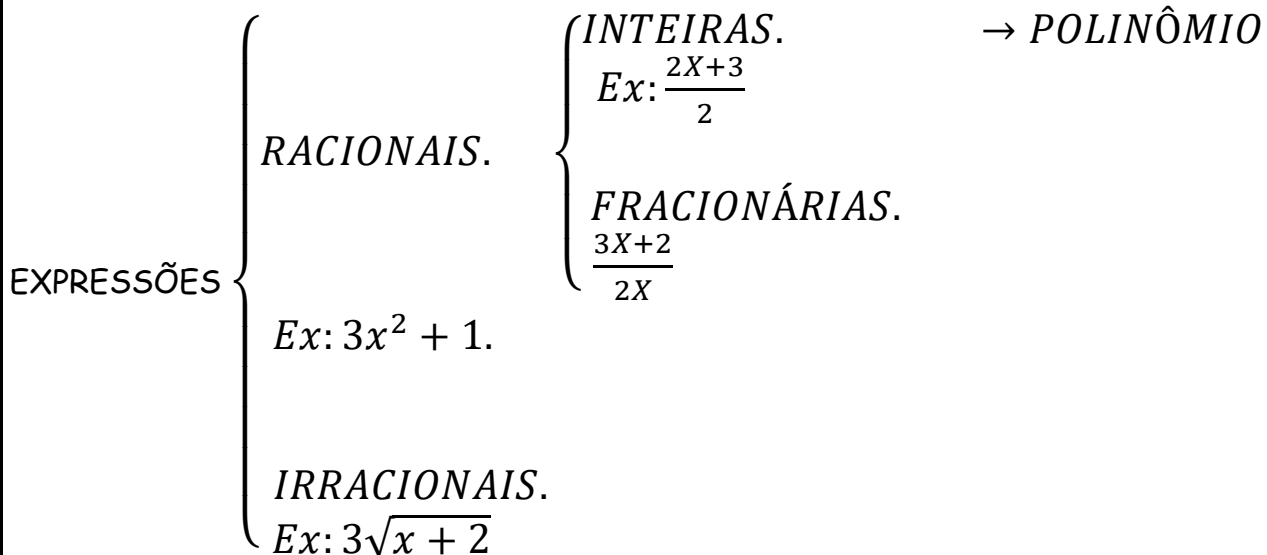
$$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$$

## P<sub>5</sub>. TRINÔMIO DO 2º GRAU

$$\text{Ex } _1: x^2 - 5x + 6 = (x_1 - 2)(x_2 - 3)$$

$$\text{Ex } _2: y^2 - 10y - 24 = (y_1 + 2)(y_2 - 12)$$

# POLINÔMIO



É muito importante para o aluno esse conteúdo.

**Professor, o que eu preciso saber sobre polinômio?**

## GRAU DO POLINÔMIO

É O TERMO DE MAIOR GRAU:  $\underbrace{3x^2}_{1o\ termo} + \underbrace{x}_{2o\ termo} + \underbrace{1}_{3o\ termo}$

1o termo 2o termo 3o termo

Ex<sub>1</sub>:  $2x^2+3x+1$ ;

Ex<sub>2</sub>:  $2x^5y^4z^3+3^4x^3y^2z^2+xyz$

# Adição de polinômios



$(-2x^2 + 5x - 2) + (-3x^3 + 2x - 1) \rightarrow$  eliminar os parênteses realizando o jogo de sinal  
 $-2x^2 + 5x - 2 - 3x^3 + 2x - 1 \rightarrow$  reduzir os termos semelhantes  
 $-2x^2 + 7x - 3x^3 - 3 \rightarrow$  ordenar de forma decrescente de acordo com a potência  
 $-3x^3 - 2x^2 + 7x - 3$

# Subtração



$(-2x^2 + 5x - 2) - (-3x^3 + 2x - 1) \rightarrow$  eliminar os parênteses realizando o jogo de sinal  
 $-2x^2 + 5x - 2 + 3x^3 - 2x + 1 \rightarrow$  reduzir os termos semelhantes  
 $-2x^2 + 3x - 1 + 3x^3 \rightarrow$  ordenar de forma decrescente de acordo com a potência  
 $3x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

# Multiplicação de polinômio por polinômio



Para efetuarmos a multiplicação de polinômio por polinômio também devemos utilizar a propriedade distributiva. Veja o exemplo:

$(x - 1) * (x^2 + 2x - 6)$   
 $x^2 * (x - 1) + 2x * (x - 1) - 6 * (x - 1)$   
 $(x^3 - x^2) + (2x^2 - 2x) - (6x - 6)$   
 $x^3 - x^2 + 2x^2 - 2x - 6x + 6 \rightarrow$  reduzindo os termos semelhantes.  
 $x^3 + x^2 - 8x + 6$

Portanto, nas multiplicações entre monômios e polinômios aplicamos a propriedade distributiva da multiplicação.

Bizu 1



$$(x - 1) * (x^2 + 2x - 6)$$

	$x^2$	$+ 2x$	$- 6$
$x$	$x^3$	$2x^2$	$-6x$
$- 1$	$-x^2$	$-2x$	$+6$

Ao dividir um polinômio  $P(x)$  por um polinômio  $D(x)$  não nulo, em que o grau de  $P$  é maior que  $D$  ( $P > D$ ), quer dizer que devemos encontrar um polinômio  $Q(x)$  e  $R(x)$ , de modo que:

## Divisão de polinômio por polinômio



$$P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

$$\delta_R < \delta_D \text{ ou } R(x) = 0$$

$$P(x) \overline{) D(x)}$$

$$R(x) \quad Q(x)$$

Note que esse processo é equivalente a escrever:

$P(x) \rightarrow$  **dividendo**

$D(x) \rightarrow$  **divisor**

$Q(x) \rightarrow$  **quociente**

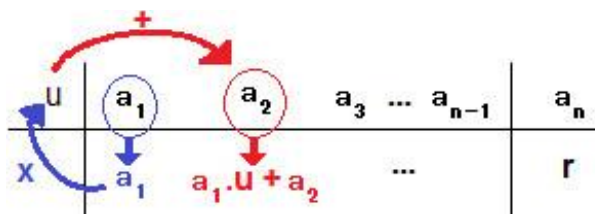
$R(x) \rightarrow$  **resto**

Das propriedades da **potenciação**, temos que o grau do quociente é igual à diferença entre os graus do dividendo e divisor.

$$Q = P - D$$

Ainda, quando o resto da divisão entre  $P(x)$  e  $D(x)$  é igual a zero, dizemos que  $P(x)$  é divisível por  $D(x)$ .

Os coeficientes de  $P(x)$  são  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$ . A montagem do dispositivo de Briot-Ruffini a partir da raiz de  $Q(x)$  e dos coeficientes de  $P(x)$  é dada da seguinte forma:



Ex<sub>1</sub>:  $5x^2 - 2x + 1$  por  $x + 2$

Ex<sub>2</sub>:  $3x - x^2 + 2x^4 - 4x^3$  por  $x^2 + x + 1$



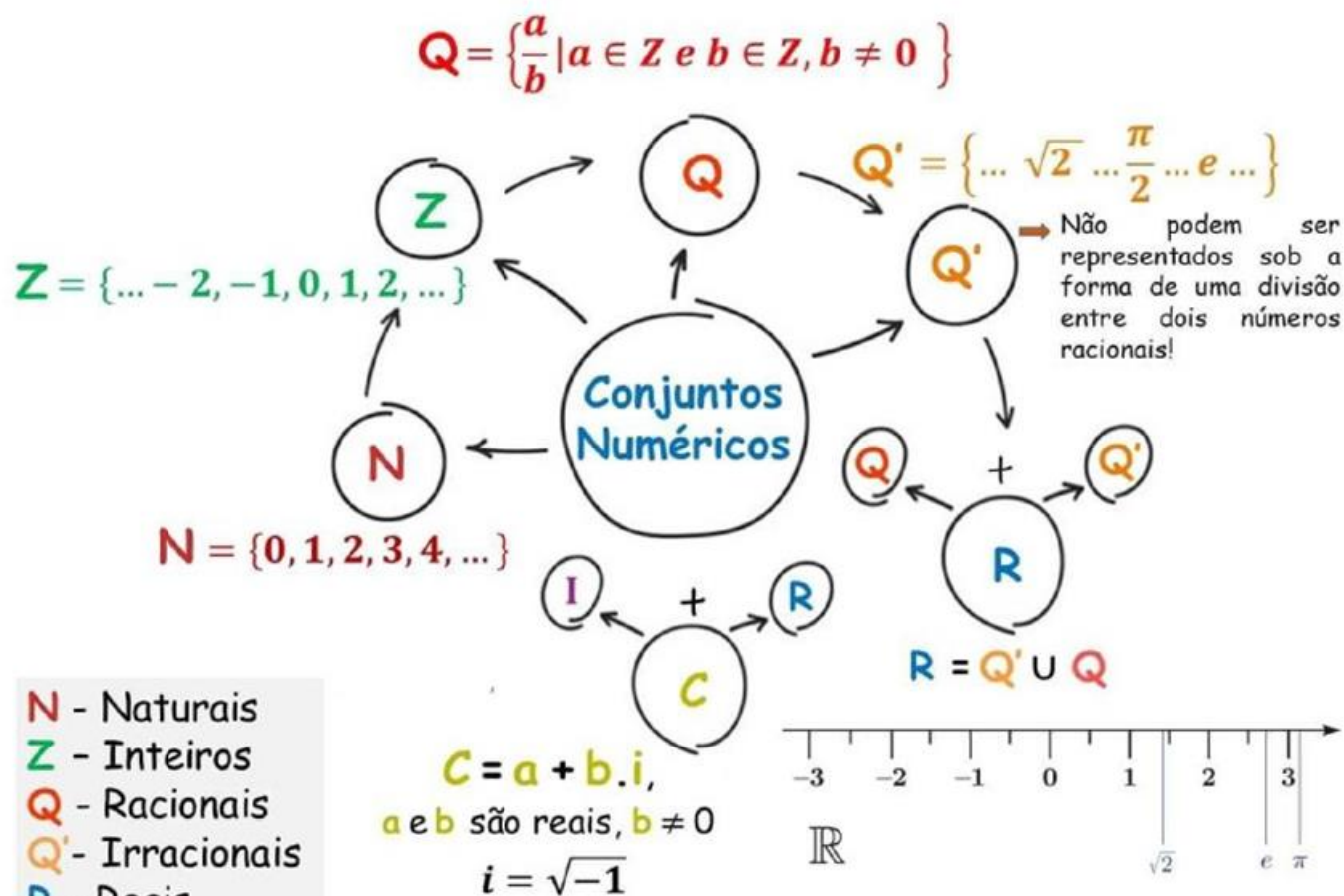




# INFORMAÇÕES COMPLEMENTARES



## Conjuntos Numéricos <sup>1</sup>/<sub>2</sub>/<sub>3</sub>



- N** - Naturais
- Z** - Inteiros
- Q** - Racionais
- Q'** - Irracionais
- R** - Reais
- C** - complexos

### Relação de Inclusão

$$N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$$





# Regras de Sinais $\begin{matrix} + & - \\ \div & \times \end{matrix}$

## Potência

$$\begin{aligned}(-2)^2 &= (-2)(-2) = 4 \\ (-2)^3 &= (-2)(-2)(-2) = -8 \\ (+2)^2 &= (+2)(+2) = 4 \\ (+2)^3 &= (+2)(+2)(+2) = 8\end{aligned}$$

A potência de um número não nulo só será negativa, se a base for negativa e o expoente ímpar.

### Atenção:

$$\begin{aligned}(-)^{\text{par}} &= (+) & (-2)^2 &\neq -2^2 \\ (-)^{\text{ímpar}} &= (-) & (0)^{\text{não nulo}} &= 0\end{aligned}$$

## Radiciação

$$\text{par} \sqrt{(+)} = (+) \quad \text{ímpar} \sqrt{(+)} = (+)$$

$$\text{Ex. } \sqrt{9} = 3 \quad \text{Ex. } \sqrt[3]{27} = 3$$

$$\text{ímpar} \sqrt{(-)} = (-) \quad \text{par} \sqrt{(-)} = \nexists \text{ em } R$$

$$\text{Ex. } \sqrt[3]{-8} = -2 \quad \text{Ex. } \sqrt{-1} = i \text{ (imaginário)}$$

## Divisão Multiplicação

Sinais IGUAIS resultado (+)  
Sinais DIFERENTES resultado (-)

$$\begin{aligned}(+3) \times (+5) &= 15 \\ (-3) \times (-5) &= 15 \\ (-30) : (+5) &= -6\end{aligned}$$

### Atenção

$$-(-a) = -1 \times (-a) = +a$$

## Operações

## Adição Subtração

### Com mesmos sinais:

Soma-se os módulos e conserva-se o sinal:

$$(-3) + (-5) = -8$$

### Com sinais diferentes:

Subtraia o maior módulo pelo menor módulo e dê ao resultado o sinal do número de maior módulo.

$$(-3) + (+5) = +2$$



Segue a gente lá: @superaulasbr





# Frações $\frac{2}{3}$

## Definição

Toda fração indica uma divisão:

→ **numerador**  
 $\frac{a}{b} = a \div b$ , onde  $b \neq 0$   
→ **denominador**

$\frac{7}{2} = 3,5$        $\frac{1}{3} = 0,333 \dots$   
(decimal exato)    (decimal periódico)

## Dízimas

Número decimal que apresenta períodos que se repetem infinitamente:

→ Fração geratriz  
 $\frac{4}{9} = 0,444 \dots$   
(dízima simples)

→ Fração geratriz  
 $\frac{13}{36} = 0,36111 \dots$   
(dízima composta)

@SuperaulasBr

## Fração Geratriz

Calcule  $x = 0,444 \dots$

$$\begin{array}{r} 10x = 4,444 \dots \\ x = 0,444 \dots \\ \hline 9x = 4 \rightarrow x = 4/9 \end{array}$$

Calcule  $y = 0,36111 \dots$

$$\begin{array}{r} 1000y = 361,111 \dots \\ 100y = 36,111 \dots \\ \hline 900y = 325 \\ y = \frac{325}{900} = \frac{13}{36} \end{array}$$

## Soma

Denominadores: iguais:

$$\frac{3}{6} + \frac{5}{6} = \frac{5+3}{6} = \frac{8}{6}$$

*"Soma-se os numeradores e conserve o denominador."*

Denominadores diferentes:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4+1}{6} = \frac{5}{6}$$

*"Reduza as frações ao mesmo denominador" (m.m.c. entre eles)*

## Multiplicação

Multiplique numerador por numerador e denominador por denominador:

$$\frac{3}{8} \times \frac{4}{15} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{8} \times \frac{16}{3} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} \times 6 = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$$

@superaulasbr

## Divisão

Multiplique a primeira fração pelo inverso da segunda fração:

$$\frac{3}{8} : \frac{4}{15} = \frac{3}{8} \times \frac{15}{4} = \frac{45}{32}$$

$$\frac{3}{8} : 2 = \frac{3}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$$

$$\frac{3}{4} : \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$$





# MMC e MDC

## MMC

Mínimo Múltiplo Comum

Ex.  $mmc(6, 16) = ?$

6, 16	2
3, 8	2
3, 4	2
3, 2	2
3, 1	3
1, 1	

$mmc(6, 16) = 2^4 \cdot 3^1$   
 $= 16 \cdot 3 = 48$

Ex.  $mmc(6; 16) = 48$

## MDC

Máximo Divisor Comum

	56	14	0	r
126	70	56	14	d
	1	1	4	q

Método Divisões Sucessivas

Ex:  $mdc(126; 70) = 14$

## MMC e MDC

## Propriedades

### Propriedade

- ✓ Entre dois números primos entre si, o MMC será o produto deles.
- Ex. 7 e 8 são primos entre si, então:  
 $MMC(7; 8) = 7 \cdot 8 = 56$
- ✓ O produto de dois números inteiros pode ser determinado pelo produto entre MMC e o MDC desses números.
- ✓ Entre dois números em que o maior é divisível pelo menor, o MMC será o maior deles.

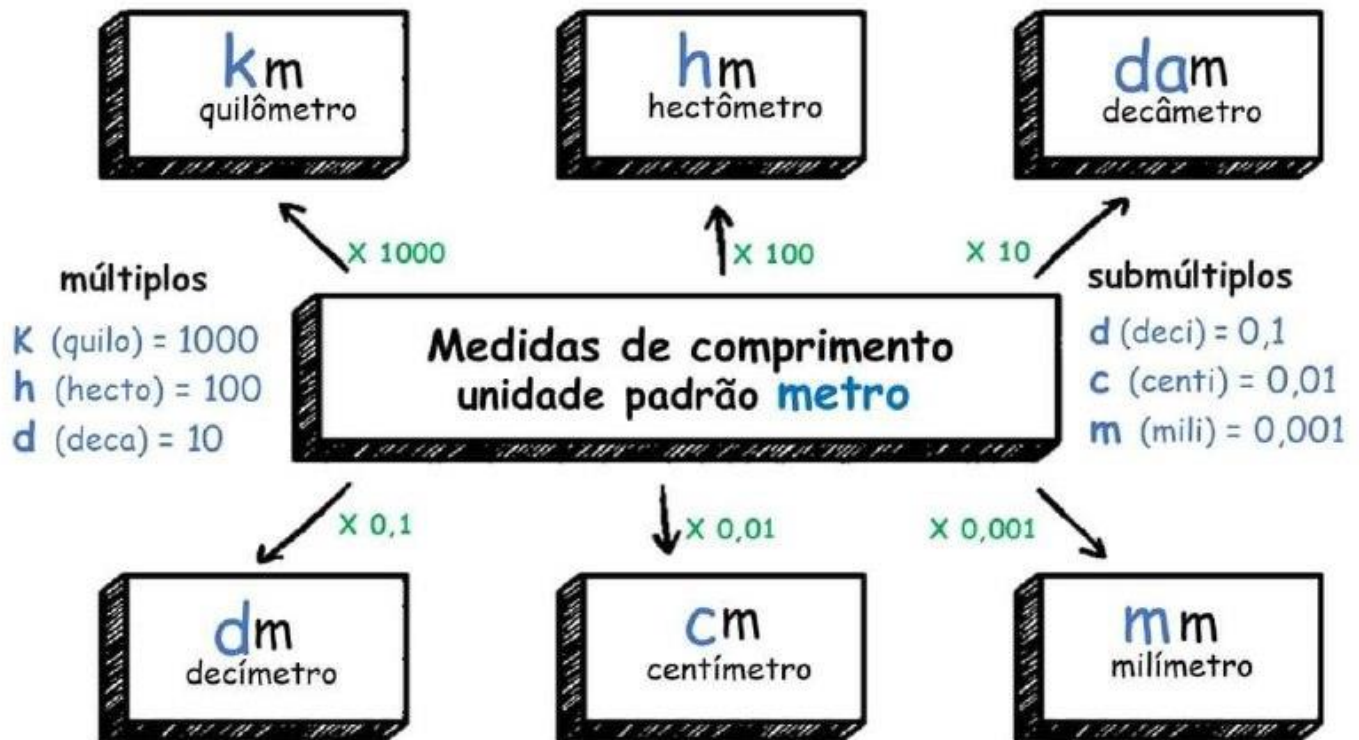
- ✓ Dois números são considerados primos entre si, se o MDC deles for 1.
- Ex.  $MDC(6, 7) = 1$ , então eles são primos entre si.
- ✓ Dois números Naturais consecutivos sempre são primos entre si.
- ✓ Se a e b são inteiros e  $a = q \cdot b + r$ , onde q e r são também inteiros, então

$$MDC(a; b) = MDC(b; r)$$





# Medidas de comprimento



O **comprimento** é uma magnitude criada para medir a distância entre dois pontos. As unidades para medir o comprimento são diversas, a depender do sistema adotado como referência. As unidades de comprimento normalmente conhecidas são: quilômetro, hectômetro, decâmetro, **metro**, decímetro, centímetro e milímetro, sendo metro a unidade padrão.





# Porcentagem

As razões de denominador 100 são chamadas de razões centesimais, taxas percentuais ou simplesmente de porcentagens.

**%** → lê-se: "por cento"

Exemplo 1

$$30\% = \frac{30}{100} = 0,3$$

Exemplo 2

$$\begin{aligned} 10\% \text{ de } 60 &= 6 \\ 60\% \text{ de } 10 &= 6 \end{aligned}$$

São iguais

$$\begin{aligned} x\% \text{ de } y \\ y\% \text{ de } x \end{aligned}$$

Aumento (A)

$$A = x\% \text{ de } p$$

ex.: sendo  $p = \$150$  um **AUMENTO** de 20%:

$$A = \frac{20}{100} \cdot 150 = \$30$$

Desconto (D)

$$D = x\% \text{ de } p$$

ex.: sendo  $p = \$150$  um **DESCONTO** de 30%:

$$D = \frac{30}{100} \cdot 150 = \$45$$

Valor Final ( $V_f$ )

$$\begin{aligned} \text{Aumento} & \rightarrow V_A = p + A \\ & \rightarrow V_A = 150 + 30 = \$180 \\ \text{Desconto} & \rightarrow V_D = p - D \\ & \rightarrow V_D = 150 - 45 = \$105 \end{aligned}$$



Segue a gente lá: @superaulasbr





# Razão e Proporção



Razão - É a divisão entre dois números, onde:



Antecedente

$a$

Lê-se "a está para b",  $b \neq 0$ .

$b$

Consequente

Proporção - É a igualdade entre duas razões

$$\begin{array}{c} a & c \\ \hline b & d \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \text{extremos} \\ \hline a : b = c : d \\ \hline \text{meios} \end{array} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

"O produto dos meios é igual ao produto dos extremos."

## Propriedades

$$\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$

$$\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

## Algumas razões importantes

### Densidade Demográfica

É a razão entre a população e a superfície do território ocupado.

$$D = \frac{\text{População}}{\text{Área}}$$

### Escala

A escala é a razão entre o tamanho no mapa e o tamanho real.

$$E = \frac{\text{Tam. mapa}}{\text{Tam. real}}$$

### Velocidade Média

É a razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo.

$$V_m = \frac{\text{Distância}}{\text{Tempo}}$$

@superaulasbr



# Proporcionalidade

**Proporcionalidade** - Qualidade de proporcional, do que possui uma relação idêntica com outra coisa, especialmente intensidade, volume, massa etc.

**Proporção direta** - Sejam  $(a, b, c)$  e  $(A, B, C)$  duas sequências de números não nulos, dizemos que essas sequências serão:

i) **Diretamente proporcionais** se existe um número  $k$  tal que:

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} = k$$

Onde  $k$  é chamado de constante de proporcionalidade.

ii) **Inversamente proporcionais** se existe um número  $k$  tal que

$$a \cdot A = b \cdot B = c \cdot C = k$$

Ex<sub>1</sub>: Um concreto é obtido misturando - se uma parte de cimento, duas de areia e quatro de pedra. Qual será a quantidade de areia a ser utilizada, se o volume em m<sup>3</sup> a ser concretado é de 378 m<sup>3</sup>?  
Solução: sendo as grandezas envolvidas são diretamente proporcionais teremos:

$$\frac{C}{1} = \frac{A}{2} = \frac{P}{4} = k$$

$$C = k ; A = 2k ; P = 4k$$

$$C + A + P = 378 \rightarrow 7k = 378 \rightarrow k = 54$$

quantidade de areia será:

$$A = 2k = 2 \cdot 54 = 108 \text{ m}^3$$

Ex<sub>2</sub>: Uma escola resolveu dividir 33 livros entre Ana (1 falta), Beatriz (2 faltas) e Carla (3 faltas), em partes inversamente proporcionais às suas faltas em um mês. Quantos livros Beatriz recebeu? Solução: sendo as grandezas são inversamente proporcionais teremos:

$$A \times 1 = B \times 2 = C \times 3 = k$$

$$A = k ; B = \frac{k}{2} ; C = \frac{k}{3}$$

$$A + B + C = 33 \rightarrow k + \frac{k}{2} + \frac{k}{3} = 33 \rightarrow k = 18$$

$$B = k/2 = 18/2 \rightarrow B = 9 \text{ livros}$$

@superaulasbr







# Regras de três

**Regra de três** - é um mecanismo da matemática utilizado para resolver problemas que envolvem **duas ou mais** grandezas que se relacionam de modo **diretamente** ou **inversamente** proporcionais.

## A regra de três simples

A regra de três simples, na matemática, é uma forma de descobrir um valor a partir de outros três, divididos em pares relacionados cujos valores têm mesma grandeza e unidade.

## A regra de três Composta

Utilizamos para descobrir um único valor a partir de cinco ou mais valores já conhecidos, e tendo em conta que os valores referentes a uma mesma classe de objeto têm de estar na mesma unidade de medida.

## Equacionamento

- i) Identificar a proporcionalidade entre as grandezas envolvidas
- ii) Escreva cada grandeza de modo que a incógnita fique isolada em um dos lados da igualdade na equação.
- iii) Inverter a (as) grandeza (as) com sentido (os) oposto (os) ao da incógnita, de modo que todas fiquem no mesmo sentido ao escrever a equação, após equação.

$G_1$	$G_2$	$G_3$
$a$	$c$	$e$
$b$	$d$	$x$

$G_3$  é inversamente proporcional às demais grandezas:

$$\frac{e}{x} = \frac{b}{a} \cdot \frac{d}{c}$$

$G_1$	$G_2$	$G_3$
$a$	$c$	$e$
$b$	$d$	$x$

$G_3$  diretamente proporcional às demais grandezas:

$$\frac{e}{x} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$$

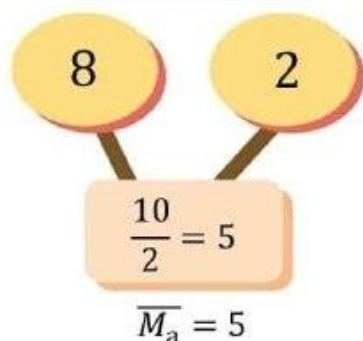
@superaulasbr





# Médias

## Aritmética



## Aritmética

$$\overline{M}_a = \frac{x + y + \dots + z}{n}$$

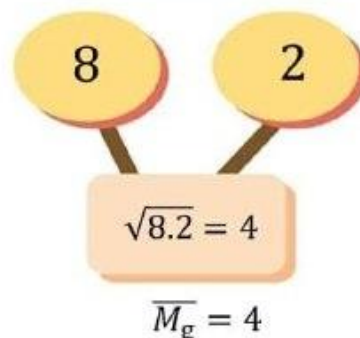
$n = \text{n}^\circ \text{de termos}$

## Ponderada

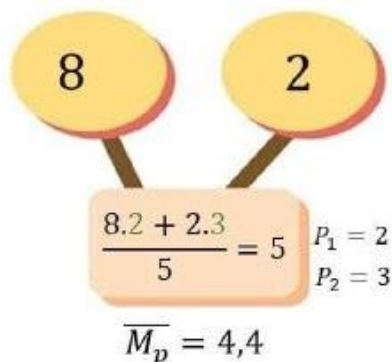
$$\overline{M}_p = \frac{x \cdot P_1 + y \cdot P_2 + \dots + z \cdot P_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n}$$

onde  $P_1, P_2, \dots, P_n$  são pesos.

## Geométrica



## Ponderada



## Geométrica

$$\overline{M}_g = \sqrt[n]{(x)(y) \dots (z)}$$

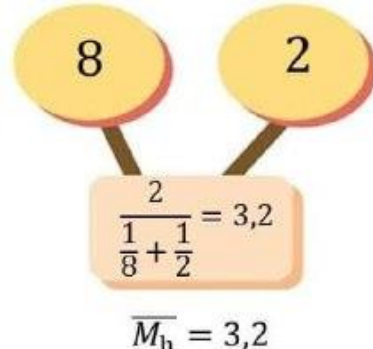
$n = \text{n}^\circ \text{de termos } (x, y, \dots, z > 0)$

## Harmônica

$$\overline{M}_h = \frac{n}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \dots + \frac{1}{z}}$$

$n = \text{n}^\circ \text{de termos}$

## Harmônica



**importante:**

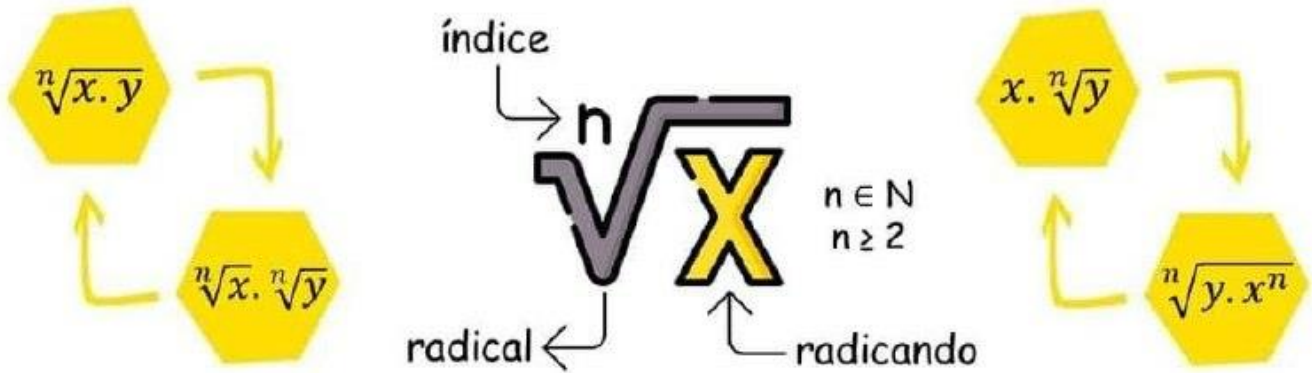
$$(\overline{M}_a \geq \overline{M}_g \geq \overline{M}_h)$$

*Média, moda e mediana são medidas obtidas de conjuntos de dados que podem ser usadas para representar todo o conjunto. A tendência dessas medidas é resultar em um valor central. Por essa razão, elas são chamadas de medidas de centralidade.*





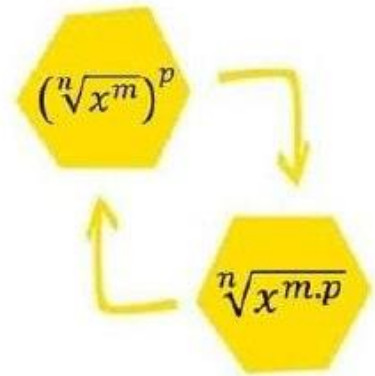
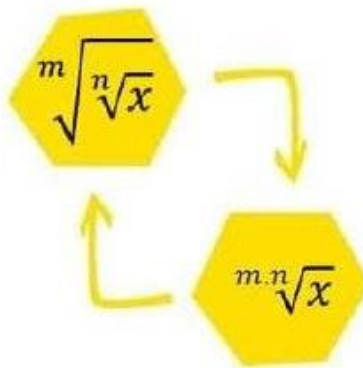
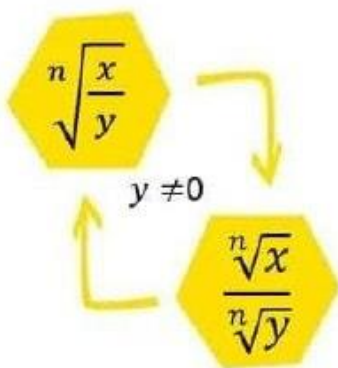
# Radiciação $\{\sqrt[n]{x}\}^2$



✓  $\sqrt[n]{x^n} = |x|, n \text{ par.}$

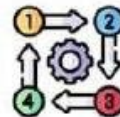
✓  $\sqrt[n]{R^*} \notin R, n \text{ par}$

✓  $\sqrt[n]{x^n} = x, n \text{ ímpar.}$





# Sequências



Em matemática, uma **sequência** ou sucessão é uma função cujo domínio é um conjunto contável totalmente ordenado. Define-se o tamanho de uma **sequência** pelo número de elementos que esta possui, podendo existir **sequências** infinitas ou finitas.

## Progressão aritmética (PA)

Termo geral da PA ( $a_n$ )

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$r$  = razão da PA

Soma de  $n$  termos da PA

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Termo médio da PA

PA ( $a, b, c$ )

$$b = \frac{(a + c)}{2}$$

Três termos em PA

$$(x - r, x, x + r)$$

## Progressão geométrica (PG)

Termo geral da PG ( $a_n$ )

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$q$  = razão da PG

Soma de  $n$  termos da PG

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

Termo médio da PG

PG ( $a, b, c$ )

$$b = \sqrt{(a \cdot c)}, \text{ se } (a \cdot c) > 0$$

Três termos em PG

$$(x, xq, xq^2)$$

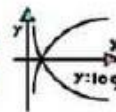


Segue a gente lá: @superaulasbr





# Logaritmos



**Logaritmo** nada mais é do que um **expoente** ao qual se deve elevar uma base para se obter outro número chamado de **logaritmando**.

Qual a solução da equação  $2^x = 3$ ? Dizemos que  $x$  é Logaritmo de 3 na base 2.

## Definição Geral

Se  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$  e  $b \neq 1$ , então:

$$\log_b a = x \leftrightarrow b^x = a$$

Diagrama de anotações para a equação acima:  
- Uma seta aponta de  $x$  para o termo "Logaritmo".  
- Uma seta aponta de  $a$  para o termo "Logaritmando".  
- Uma seta aponta de  $b$  para o termo "Base".

## Consequências da Definição

$$\log_b a = \log_b c \leftrightarrow a = c$$

$$\log_b 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$a^{\log_a b} = b$$

## Propriedades

Logaritmo do Produto

$$\log_b a \cdot c = \log_b a + \log_b c$$

Logaritmo do Quociente

$$\log_b \frac{a}{c} = \log_b a - \log_b c$$

Logaritmo da Potência

$$\log_b a^m = m \cdot \log_b a$$

Mudança de base

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

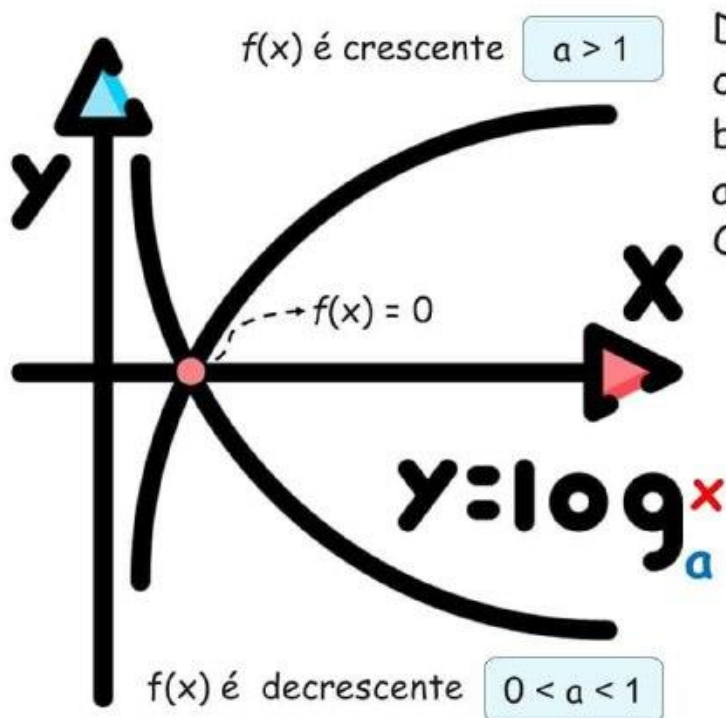
Consequência (1)

$$\log_{b^m} a = \frac{1}{m} \cdot \log_b a$$

$$\log_b a = \log_c a \cdot \log_b c$$



# Função Logaritmo



Dado um número real  $a$  ( $0 < a \neq 1$ ), chamamos **função logarítmica** de base  $a$ , a função  $f$  de  $\mathbb{R}_+^*$  em  $\mathbb{R}$  que associa a cada  $x$  o número  $\log_a x$ . Ou seja:

$$f \text{ de } \mathbb{R}_+^* \text{ em } \mathbb{R}$$
$$x \rightarrow \log_a x$$

Imagem:

$$I_m = \mathbb{R}$$

## Importante

Considerando que  $0 < a \neq 1$ , então a função  $f$  de  $\mathbb{R}_+^*$  em  $\mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \log_a x$  admite inversa definida por  $g(x) = a^x$ ,  $g$  definida de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}_+^*$ . Concluimos também que  $f$  é **bijetora**.



# LINGUAGEM ALGÉBRICA:



- \* Um número:  $X$
- \* O dobro de um número:  $2X$
- \* O triplo de um número:  $3X$
- \* O quádruplo de um número:  $4X$
- \* O quadrado de um número:  $X^2$
- \* A metade de um número:  $\frac{X}{2}$
- \* A terça parte de um número:  $\frac{X}{3}$
- \* A diferença de dois números:  $X - Y$
- \* O produto de dois números:  $X.Y$
- \* O quociente entre dois números:  $\frac{X}{Y}$
- \* O sucessor de um número:  $X+1$
- \* O antecessor de um número:  $X-1$
- \* O quadrado da soma de dois números:  $(X+Y)^2$
- \* A diferença entre dois quadrados:  $X^2 - Y^2$



# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 1



### QUESTÃO 01 CQ 18

Determine a soma dos valores de  $x$  no sistema abaixo sabendo que  $x \neq y$ .

$$\begin{cases} x^2 = \downarrow 13x + 4y \\ y^2 = 4x + \uparrow 13y \end{cases}$$

- [A] 17 [B] 11 [C] 9 [D] 5 [E] 3

### QUESTÃO 02 CQ 45

Sabendo que  $a+4b+9c=0$ . Determine o valor reduzido da expressão abaixo:

$$\frac{(a-2b)^2}{ab} + \frac{(2b-3c)^2}{bc} + \frac{(3c-a)^2}{ac}$$

- [A]  $abc$  [B]  $-3$  [C]  $14$  [D]  $-14$  [E]  $a+b+c$

### QUESTÃO 03 CQ81

Se a equação  $x^2 + x + m = 0$  e  $x^2 + 2x + n = 0$  possuem uma raiz comum.

Calcule  $\frac{(m-n)^2}{n-2m}$ :

- [A] 1 [B]  $-1$  [C]  $2$  [D]  $-2$  [E] 0

### QUESTÃO 04 CQ 82

Se um número ao ser dividido por 23 deixa como resto o dobro do quociente. Determine a quantidade de números que satisfaz essa condição.

- [A] 10 [B] 11 [C] 12 [D] 13 [E] 14

### QUESTÃO 05 CQ 83

Se ao quadrado de um número inteiro adicionarmos seu cubo obtemos 16250. Determine a soma dos algarismos desse número.

- [A] 6 [B] 7 [C] 8 [D] 9 [E] 12



### QUESTÃO 06 CQ 84

Sabendo que  $\frac{\sqrt{a^2-18}}{3} = \frac{\sqrt{b^2-98}}{7} = \frac{\sqrt{c^2-32}}{4} = 2$ , calcule o valor da expressão abaixo:

$$\sqrt{a^2 + 27} + \sqrt{b^2 + 147} + \sqrt{c^2 + 48}$$

- [A] 20 [B] 28 [C] 38 [D] 42 [E] 56

### QUESTÃO 07 CQ85

Se  $a+b+c=0$  e  $abc=5$ . Determine o valor da expressão abaixo:

$$\frac{ab(a+b)^4}{1^{\circ} \text{ termo}} + \frac{bc(b+c)^4}{2^{\circ}} + \frac{ac(a+c)^4}{3^{\circ}}$$

- [A] 25 [B] 60 [C] 70 [D] 75 [E] 91

### QUESTÃO 08 CQ 86

Se  $r^2 + \frac{1}{r^2} = 3$ , com  $r > 0$ . Determine  $r^5 - \frac{1}{r^5}$

- [A] 9 [B] 8 [C] 11 [D] 12 [E] 13

### Gabarito

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	C	B	A	C	B	D	D	C



# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 2



### QUESTÃO 01 CQ 87

Achar o valor de  $x^2 + x + 3$ , para o qual esse valor de  $x$  é solução da equação

$$\sqrt{\frac{(x-1)^{x^2+1}}{16}} = x(x-2) + 1$$

- [A] 5 [B] 10 [C] 15 [D] 20 [E] 25

### QUESTÃO 02 CQ 88

Se  $\frac{x}{p1} + \frac{y}{p2} + \frac{z}{p3} + \frac{x}{p4} + \frac{y}{p5} + \frac{z}{p6} = \frac{8}{3}$  e

$x + y + z = 16$ , o produto  $x \cdot y \cdot z$  é:

- [A] 192 [B] 48 [C] 32 [D] 108 [E] 96

### QUESTÃO 03 CQ 89

Sejam  $x, y, z$  números que satisfazem as condições  $x + y + z = 0$  e

$x^3 + y^3 + z^3 = 63$ . Determine o valor da expressão  $\frac{21x}{xy+21x+21} + \frac{y}{yz+y+21} + \frac{z}{xz+z+1}$

- [A] 1 [B]  $\frac{1}{2}$  [C]  $\frac{1}{3}$  [D]  $\frac{1}{7}$  [E]  $\frac{3}{7}$

### QUESTÃO 04 CQ 91

Se  $p, q$  e  $r$  são raízes da equação

$x^3 - x^2 + x - 2 = 0$ , então  $p^3 + q^3 + r^3$  é igual a:

- [A] -1 [B] 4 [C] 3 [D] 5 [E] 7

### QUESTÃO 05 CQ 92

Sejam  $r, s$  e  $t$  as três raízes da equação  $8x^3 + 1001x + 2008 = 0$ .

Determine  $(r + s)^3 + (s + t)^3 + (t + r)^3$ .

- [A] 753 [B] 843 [C] 859 [D] 900 [E] 934



### QUESTÃO 06 CQ99

Sejam  $a$  e  $b$  números reais não nulos tais que  $x$  e  $y$  satisfazem o sistema

$$\begin{cases} ax + by = 2 \\ ax^2 + by^2 = 20 \\ ax^3 + by^3 = 56 \\ ax^4 + by^4 = 272 \end{cases}$$

Determine o valor de  $ax^5 + by^5$

- [A] 56 [B] 272 [C] 76 [D] 992 [E] 997

### QUESTÃO 07 CQ 95

Sabendo-se que  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ , determine o valor de  $x^{18} + x^{12} + x^6 + 1$

- [A] 0 [B] 1 [C] 1,5 [D] 2 [E] 2,5

### QUESTÃO 08 CQ 94

Sejam:  $X = \frac{(2+\sqrt{3})^{2022} + (2-\sqrt{3})^{2022}}{2}$   
 $Y = \frac{(2+\sqrt{3})^{2022} - (2-\sqrt{3})^{2022}}{\sqrt{3}}$

Qual o valor de  $4X^2 - 3Y^2$  é:

- [A] 2 [B] 4 [C] 6 [D] 8 [E] 9

### Gabarito

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	c	e	a	b	a	d	a	b

# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 3



### QUESTÃO 01 CQ 96

Simplifique a Expressão

$$\frac{2022^3 + 2021^3 + 3.2022.2021 - 1}{2023^2 + 2022^2 + 1}$$

- [A] 2021 [B] 2022 [C] 2024 [D] 2026

### QUESTÃO 02 CQ 97

Se  $x^3 + x + 3 = 0$ , calcule

$$x^5 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 6x - 5:$$

- [A] 2 [B] 3 [C] 4 [D] 5 [E] 6

### QUESTÃO 03 CQ 98

Sejam x e y dois números reais tais que

$$x - y = 4 \text{ e } x^3 - y^3 = 28. \text{ Determine } x.y:$$

- [A] 2 [B] -3 [C] 4 [D] 5 [E] 6

### QUESTÃO 04 CQ 99

Sabendo que  $9\sqrt{\frac{x^2}{y^2}} + 9\sqrt{\frac{x}{z}} + 9\sqrt{\frac{y^2}{z^2}} = 0$ . Calcule o

$$\text{valor de } \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{2}{z}} ?$$

- [A] 1 [B] 3 [C] 4 [D] 5 [E] 6

### QUESTÃO 05 CQ 100

Resolva a equação  $1 + 4 + 7 + \dots + x = 925$ ;

- [A] x=73  
[B] x= 85  
[C] x=81  
[D] x=71  
[E] x= 103



### QUESTÃO 06 CQ 101

Um aluno do Curso Degraus dedicado e talentoso, sobretudo em operações numéricas. Ele, então elaborou a expressão numérica abaixo:

$$R = \frac{57}{37} + \frac{5757}{3737} + \frac{575757}{373737} + \dots + \frac{\overbrace{57575757}^{148 \text{ algarismos}}}{\underbrace{37373737}_{148 \text{ algarismos}}}$$

O aluno lançou o desafio a seus colegas de curso para que determinem o valor da soma dos algarismos presente no resultado da expressão "R" elevado ao quadrado. Qual o valor encontrado?

- [A] 9 [B] 22 [C] 26 [D] 27 [E] 28

### QUESTÃO 07 CQ 117

As raízes da equação  $2x^2 - x - 16 = 0$ , são r e s (rs). Calcule o valor da expressão

$$\frac{r^4 - s^4}{r^3 + r^2s + rs^2 + s^3}, \text{ é:}$$

- [A]  $\frac{\sqrt{129}}{2}$  [B]  $\frac{\sqrt{127}}{2}$  [C]  $\frac{127}{4}$  [D]  $\frac{129}{4}$  [E]  $\frac{127}{129}$

### QUESTÃO 08 CQ 102

Sejam x, y e z números que verificam as condições  $x + y + z = 20$  e  $x^2 + y^2 + z^2 = 300$ . Calcule o valor de:

$$(x + y)^2 + (x + z)^2 + (y + z)^2$$

- [A] 100 [B] 300 [C] 500 [D] 700 [E] 900

### Gabarito

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	A	C	B	A	A	D	A	D

# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 4



### QUESTÃO 01 Q103

Se  $x^2 + y^2 = \sqrt[3]{10} + 1$  e  $x \cdot y = \sqrt[3]{100} - \sqrt[3]{10} + 1$ .

Calcule o valor de  $k = (x + y)^4 - (x - y)^4$ .

- [A] 1 [B] 9 [C] 32 [D] 41 [E] 88

### QUESTÃO 02 Q110

Se  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$ . Calcule o valor de

$$K = \left(\frac{x}{y}\right)^{2021} + \left(\frac{y}{x}\right)^{2021}$$

- [A] 1 [B] 2 [C] 4 [D] 2021 [E] 4042

### QUESTÃO 03 CQ194

Se  $\frac{x+2}{x+4} = \frac{y+4}{y+8} = \frac{z+6}{z+12}$ , com  $x, y$  e  $z$  sendo inteiros positivos. Calcule  $x \cdot y \cdot z$ , sabendo que

$$54 < x + y + z < 66.$$

[A] 1800

[B] 2400

[C] 3600

[D] 3800

[E] 6000

### QUESTÃO 04 CQ 105

Se  $x^2 - \sqrt{3} \cdot x + 1 = 0$ . Calcule  $x^{18} + \frac{1}{x^{18}}$ .

- [A] -2 [B] 2 [C] 0 [D] 1 [E] -1

### QUESTÃO 05 Q106

Sabendo que  $\frac{x^2+y^2}{34} = \frac{y^2+z^2}{89} = \frac{x^2+z^2}{73}$ , com  $z - x = 20$ , calcule  $x + y + z$ .

- [A] 80 [B] 64 [C] 96 [D] 120 [E] 100



### QUESTÃO 06 Q107

Se  $(x + 1)(z + 1) = 8$ ,  $(x + 1)(y + 1) = 12$  e  $(y + 1)(z + 1) = 6$ .

Determine o valor da  $\sqrt{x^3 + y^2 + z + 4}$ .

Sabendo que  $x, y$  e  $z$  são positivos.

- [A] 2 [B] 6 [C] 8 [D] 9 [E] 10

### QUESTÃO 07 Q108

Se  $f(x)$  uma função do primeiro grau com  $f(x + 1) + f(2x + 1) + f(3x + 1) = 42x + 24$ . Calcule o valor da expressão  $f(x) + f(f(x)) + f(f(f(x)))$ .

[A]  $400x + 67$

[B]  $399x + 66$

[C]  $398x + 65$

[D]  $397x + 64$

[E]  $396x + 63$

### QUESTÃO 08 Q109

Calcule o valor de  $\frac{(a^2+1)(a^4+1)(a^6+1)}{a^6}$ , sabendo que  $a = \sqrt{2} + 1$ .

- [A] 120 [B] 124 [C] 136 [D] 240 [E] 360

### Gabarito 4

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	E	A	E	A	B	B	B	D

# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 5



### QUESTÃO 01 CQ110

Sabendo que  $x^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{6}} = \sqrt{7}$  e  $x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}} = 3$ .  
Calcule o valor de  $x^{\frac{1}{9}} \cdot y^{\frac{1}{9}}$

- [A]  $3^{\frac{1}{3}}$  [B]  $6^{\frac{2}{3}}$  [C]  $2^{\frac{2}{3}}$  [D]  $4^{\frac{1}{7}}$  [E]  $5^{\frac{1}{3}}$

### QUESTÃO 02 CQ111

Qual o valor da expressão:

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+10}$$

- [A] 2 [B] 6 [C] 8 [D] 9 [E] 10

### QUESTÃO 03 CQ112

Determine o valor de  $4x$ , sabendo que  $x$  é a solução da equação

$$(x-3)(x-5)(x+2)(x+4) - (x^2 - x - 13)^2 + 2x = 50$$

- [A] 196 [B] 197 [C] 198 [D] 190 [E] 200

### QUESTÃO 04 CQ 113

Sendo

$$P(x) = (x+1)(x-1)(x^2+x+1)^2(x^2-x+1)^2$$

Calcule o valor numérico de

$$P(\sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}})$$

- [A] 7 [B] 14 [C] 21 [D] 42 [E] 63

### QUESTÃO 05 CQ79

Determine a solução da equação

$$\frac{x-24}{1997} + \frac{x-23}{1998} = \frac{x-1997}{24} + \frac{x-1998}{23}$$

- [A] 2018  
[B] 2019  
[C] 2020  
[D] 2021  
[E] 2022



### QUESTÃO 06 CQ114

Qual o resultado da expressão

$$n \sqrt{\frac{20^{n+1}}{4^{n+2} + 2^{2n+2}}} + n^{-1} \sqrt{\frac{5^{n-1} + 3^{n-1}}{5^{1-n} + 3^{1-n}}}$$

- [A] 10 [B] 15 [C] 20 [D] 25 [E] 30

### QUESTÃO 07 CQ 10

Um trem saiu de seu paradeiro inicial com 7 passageiros e em cada parada subiram dois passageiros a mais do que há. Se ao chegar no seu paradeiro final foram contados um total de 574 passageiros. Determine em quantas estações o trem parou para chegar ao total de passageiros.

- [A] 5 [B] 6 [C] 7 [D] 8 [E] 9

### QUESTÃO 08 CQ 7

A idade de Pedro e de sua esposa Maria juntos é seis vezes a soma das idades de seus filhos. Há 2 anos está soma era igual a dez vezes a soma das idades de seus filhos. Determine a quantidade de filhos que o casal possui, sabendo que dentro de 6 anos a soma das idades do casal será o triplo da soma das idades de seus filhos.

- [A] 2 [B] 3 [C] 4 [D] 5 [E] 6

### Gabarito 5

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	C	D	C	E	D	C	B	B

# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 6



### QUESTÃO 01 CQ16

Determine o valor de  $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . Sabendo que  $x + y + z = xy + yz + zx - 8 = 8$

- [A]  $2\sqrt{2}$  [B]  $3\sqrt{2}$  [C]  $4\sqrt{2}$  [D]  $5\sqrt{2}$  [E]  $6\sqrt{2}$

### QUESTÃO 02 CQ 115

Sabendo que  $4a^2 - 2a + 1 = 0$  e  $b^2 + 2b + 4 = 0$ . Calcule o valor de  $(a \cdot b)^9$

- [A] -2 [B] -1 [C] 0 [D] 1 [E] 2

### QUESTÃO 03 CQ 14

Sabendo que  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$ . Com a, b e c sendo reais. Calcule o valor de

$$\sqrt[9]{\frac{(a+b+c)^{10}}{a^{10}+b^{10}+c^{10}}}$$

- [A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 4 [E] 5

### QUESTÃO 04 CQ 13

Sejam  $x_1, x_2$  e  $x_3$  raízes da equação  $2x^3 - 6x^2 + 8x - 5 = 0$ .

Calcule o valor da expressão

$$\frac{1}{x_1^2 - 3x_1 + 4} + \frac{1}{x_2^2 - 3x_2 + 4} + \frac{1}{x_3^2 - 3x_3 + 4}$$

- [A] -5/6 [B] 5/6 [C] -3/5 [D] 3/5 [E] -3/5

### QUESTÃO 05 CQ12

Na equação  $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$ . Calcule o valor de x

- [A] 2/3  
[B] 0  
[C] 1/2  
[D] 3/2  
[E] 2



### QUESTÃO 06 CQ 8

Calcule o valor de x na equação

$$\frac{2024}{2021} \left(1 - \frac{2024}{x}\right) + \frac{2021}{2024} \left(1 - \frac{2021}{x}\right) = 1:$$

- [A] 2021  
[B] 2022  
[C] 4045  
[D] 6063  
[E] 6072

### QUESTÃO 07 CQ 11

Determine a soma de todos os valores na matriz abaixo:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \dots 20 \\ 4 & 6 & 8 \dots 22 \\ 6 & 8 & 10 \dots 24 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 20 & 22 & 24 \dots 58 \end{pmatrix}$$

- [A] 2000  
[B] 2500  
[C] 3000  
[D] 3500  
[E] 4000

### QUESTÃO 08 CQ 32

Sejam a, b, c solução do sistema

$$\begin{cases} \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + 5\sqrt[3]{c} = 39 \\ \sqrt[3]{a} + 5\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = 31 \\ 5\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + 5\sqrt[3]{c} = 7 \end{cases}$$

Calcule  $\sqrt{a \cdot b + c + 7}$

- [A] 18 [B] 17 [C] 16 [D] 15 [E] 14

### Gabarito 6

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	C	B	C	B	D	C	A	D

# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 7



### QUESTÃO 01 CQ 6

Seja  $P(x) = x^5 + \sqrt[3]{2}x^4 + (\sqrt[3]{2} - 1)x^3 + x + \sqrt[3]{2} - 1$ . Calcule  $P(1 - \sqrt[3]{2})$ ?

- [A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] 4

### QUESTÃO 02 CQ 33

Sabendo que  $r$  e  $s$  são raízes da equação  $x^2 + bx + 4c = 0$ . Calcule  $\alpha^2 - 4\beta$ , onde  $2r + k$  e  $2s + k$  são as raízes de  $x^2 + ax + \beta = 0$

- [A]  $2b^2 - 16c$   
[B]  $b^2 - 16c$   
[C]  $b^2 - 4c$   
[D]  $b^2 - 64c$   
[E]  $4b^2 - 32c$

### QUESTÃO 03 CQ 35

Seja  $A_k = \begin{bmatrix} K & K-1 \\ K-1 & K \end{bmatrix}$ , onde  $K$  sendo natural. Calcule  $\det(A_1) + \det(A_2) + \det(A_3) + \dots + \det(A_{2021})$

- [A]  $2020^2$   
[B]  $2021^2$   
[C]  $2022^2$   
[D]  $2022 \cdot 2021$   
[E]  $2023 \cdot 2022$

### QUESTÃO 04 CQ 116

Sabendo que  $x_1$  e  $x_2$  são raízes da equação  $x^2 - 3x + 1 = 0$ . Calcule o Valor da expressão

$$\frac{1}{(x_1-3)^4} + \frac{1}{(x_2-3)^4}$$

- [A] 7 [B] 31 [C] 45 [D] 47 [E] 49

### QUESTÃO 05 CQ 118

Sabendo que a soma dos quadrados das raízes da equação  $x^2 + (k-2)x - (k+3) = 0$  é igual a "m". Determine o valor mínimo de "m".

- [A] 7 [B] 8 [C] 9 [D] 10 [E] 11



### QUESTÃO 06 CQ 40

Sabendo que a divisão  $\frac{(x^2-x+2)^6 - k(x-2)^5(x+1)^5 + mx^4(x-1)^4}{x^2-x+1}$ , é exata.

Calcule o valor de  $243K+m+7$

- [A] 5 [B] 6 [C] 7 [D] 8 [E] 9

### QUESTÃO 07 CQ 154

Calcule a soma do complexo

$$\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)^7 + \frac{1}{\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)^7}$$

- [A] 1 [B] 3 [C] 5 [D] 7 [E] 0

### QUESTÃO 08 CQ 49

Calcule  $\sqrt{60.61.62.63 + 1}$

- [A] 3781  
[B] 3681  
[C] 3581  
[D] 3481  
[E] 3381

### Gabarito 7

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	A	D	B	D	C	B	A	A

# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 8



### QUESTÃO 01 CQ 62

Seja  $f(x) = \frac{x}{1+x}$ . Calcule a soma do resultado do numerador com o denominador da expressão  $f\left(\frac{1}{13}\right) + f\left(\frac{2}{12}\right) + f\left(\frac{3}{11}\right) + \dots + f(1) + \dots + f\left(\frac{12}{2}\right) + f(13)$ .

- [A] 11 [B] 12 [C] 13 [D] 14 [E] 15

### QUESTÃO 02 CQ 43

Determine o resto da divisão de  $(x-3)^{2021} + (x-2)^{2020} + 9$  por  $(x-3)(x-2)$ .

- [A]  $x + 3$   
 [B]  $2x + 4$   
 [C]  $x + 4$   
 [D]  $2x + 3$   
 [E]  $x + 5$

### QUESTÃO 03 CQ 51

Sabendo que  $(a + b + 2c)^2 + (a + b - 2c)^2 = 8(a + b)c$ .

Calcule o valor da expressão abaixo:

$$\left(\frac{a+b}{2c}\right)^{2021} + \left(\frac{a-c}{c-b}\right)^{2023} + \left(\frac{c-a}{c-b}\right)^{2022}$$

- [A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 6 [E] 9

### QUESTÃO 04 CQ 52

Calcule a solução da equação

$$\frac{x+7}{x+8} - \frac{x+8}{x+9} - \frac{x+5}{x+6} + \frac{x+6}{x+7} = 0$$

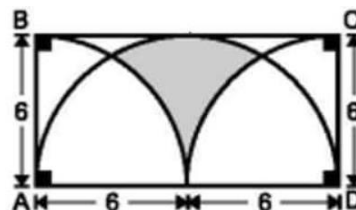
- [A]  $-15/2$   
 [B]  $2/15$   
 [C]  $-15/4$   
 [D]  $4/15$   
 [E]  $7/15$



### QUESTÃO 05 CQ 46

Calcule a área da região sombreada, sabendo que ABCD é um retângulo.

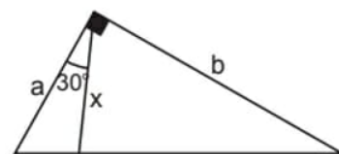
- [A]  $4\pi + \sqrt{3}$   
 [B]  $6\sqrt{3}$   
 [C]  $6(2\sqrt{3} - \pi)$   
 [D]  $\pi - \sqrt{3}$   
 [E]  $6(3\sqrt{3} - \pi)$



### QUESTÃO 06 CQ 42

Calcule o valor de x na figura abaixo:

- [A]  $x = \frac{2ab}{a+b\sqrt{3}}$   
 [B]  $x = \frac{2ab}{a\sqrt{3}+b}$   
 [C]  $x = \frac{ab}{a+b\sqrt{3}}$   
 [D]  $x = \frac{ab}{a\sqrt{3}+b}$   
 [E]  $x = \frac{2ab}{a+b}$



### QUESTÃO 07 CQ 50

Calcule a soma algébrica dos algarismos do

desenvolvimento  $\left(\frac{999 \dots \dots 95}{101 \text{ algarismo}}\right)^2$

- [A] 905  
 [B] 906  
 [C] 907  
 [D] 908  
 [E] 909

### QUESTÃO 08 CQ 53

(Ime) Determine a solução do sistema

$$\begin{cases} x^2y + xy^2 = 70 \\ (x+y)(x^2 + y^2) = 203 \end{cases}$$

- [A]  $\{(5,2), (2,5)\}$   
 [B]  $\{(3,2), (2,3)\}$   
 [C]  $\{(0,2), (2,0)\}$   
 [D]  $\{(1,2), (2,1)\}$   
 [E]  $\{(9,6), (6,9)\}$

### Gabarito 8

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	E	B	C	A	E	B	C	A

# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 9



### QUESTÃO 01 CQ 55

Calcule o valor da soma  $\frac{2}{3} + \frac{3}{9} + \frac{4}{27} + \frac{5}{81} + \dots$

- [A] 1/5 [B] 2/5 [C] 3/4 [D] 4/3 [E] 5/4

### QUESTÃO 02 CQ 66

Se  $k = (x + y + z)^4 - (xy + yz + xz)(x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz)$  e  $x^2 + y^2 + z^2 = 8$ , com  $x \neq y \neq z$ . Calcule  $\sqrt{k}$ .

- [A] 2 [B] 4 [C] 6 [D] 8 [E] 10

### QUESTÃO 03 CQ 59

A soma  $S = \frac{1}{1!9!} + \frac{1}{3!7!} + \frac{1}{5!5!} + \frac{1}{7!3!} + \frac{1}{9!1!}$ , pode ser escrito da forma  $\frac{2^a}{b}$ , onde a e b são inteiros positivos. Encontre o valor de a e b.

- [A] 9 e 10  
[B] 7 e 8  
[C] 8 e 9  
[D] 9 e 11  
[E] 10 e 13

### QUESTÃO 04 CQ 70

Na equação  $x^2 + (2p + 5)x + p = 0$ . Calcule o valor de p, sabendo que uma de suas raízes excede a outra em 3 unidades.

- [A] -2 [B] -1 [C] 1/2 [D] 1 [E] 2

### QUESTÃO 05 CQ 69

Sendo a, b e c raízes da equação  $x^3 - 3x^2 + 1 = 0$ . Calcule o valor de  $a^{10} + b^{10} + c^{10}$

- [A] 618  
[B] 619  
[C] 620  
[D] 621  
[E] 622



### QUESTÃO 06

CQ 60

(IME). Seja o sistema

$$\begin{cases} 3x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 = 6x_4 - 1 \\ 3x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_4^2 = 6x_3 - 1 \\ 3x_1^2 + 3x_3^2 + 3x_4^2 = 6x_2 - 1 \\ 3x_2^2 + 3x_3^2 + 3x_4^2 = 6x_1 - 1 \end{cases}$$

- [A] 12 [B]  $\frac{4}{3}$  [C]  $\frac{2}{3}$  [D]  $\frac{1}{3}$  [E] 9

### QUESTÃO 07

CQ 76

Se y é a média proporcional de x e z; com x, y e z sendo inteiros positivos tal que

$$\frac{x^2 - y^2 + z^2}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}} = 1296. \text{ Calcule o valor de y}$$

- [A] 2 [B] 3 [C] 6 [D] 8 [E] 12

### QUESTÃO 08

CQ 74

107. Sendo  $x+y+z=0$ ,  $x \cdot y \cdot z = 2$  e  $x^6 + y^6 + z^6 = 20$ . Calcule o valor da expressão

$$\frac{x^3 y^3 + x^3 z^3 + y^3 z^3}{x^3 + y^3 + z^3}$$

- [A] 1/3  
[B] 4/3  
[C] 5/3  
[D] 2  
[E] 7/3

### Gabarito 9

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	E	D	A	A	D	E	C	B



# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 10



### QUESTÃO 01 CQ 67

Calcule o valor da soma

$$\frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \frac{2}{7^4} + \frac{1}{7^5} + \frac{2}{7^6} + \dots$$

- [A] 1/16
- [B] 3/16
- [C] 5/16
- [D] 7/16
- [E] 9/16

### QUESTÃO 02 CQ 78

Calcule o Valor de x na expressão

$$1!2^2 + 2!3^2 + 3!4^2 + \dots + 40!41^2 = x! - 2!$$

- [A] 40
- [B] 41
- [C] 42
- [D] 43
- [E] 44

### QUESTÃO 03 CQ 77

Calcule o valor de  $a+b-c$  no sistema

$$\begin{cases} (a+1) & (b+2) = 12 \\ (c+3) & (a+1) = 60 \\ (b+2) & (c+3) = 45 \end{cases}$$

- [A] -8
- [B] -7
- [C] -6
- [D] 6
- [E] 7

### QUESTÃO 04 CQ 75

Se  $S = -1+2-3+4-5+6-7+\dots+98-99+100$

- [A] 55
- [B] 60
- [C] 50
- [D] 45
- [E] 70



### QUESTÃO 05 CQ 191

Suponha que  $\sqrt[3]{\sqrt{x}+1} + \sqrt[3]{\sqrt{x}-1} = 1$ , sendo assim podemos afirmar que  $64x^3 - 129x^2 + 876x$  vale:

- [A] 856
- [B] 794
- [C] 868
- [D] 784
- [E] 486

### QUESTÃO 06 CQ 61

Sabendo que  $x_1, x_2, x_3, x_4$  são raízes da equação  $10x^4 - 7x^2 + 1 = 0$ . Calcule o Valor de  $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$

- [A]  $\frac{2}{25}$
- [B]  $\frac{1}{2}$
- [C]  $\frac{29}{50}$
- [D]  $\frac{1}{25}$
- [E]  $\frac{1}{4}$

### QUESTÃO 07 CQ 57

Sejam x, y e z números reais positivos não nulos. Determina o menor valor de

$$K = \left(x + \frac{1}{y}\right) \left(y + \frac{1}{z}\right) \left(z + \frac{1}{x}\right).$$

- [A] 6
- [B] 7
- [C] 8
- [D] 9
- [E] 10

### QUESTÃO 08 CQ 56

Se  $x = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1$  e  $y = \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1$ , Calcule o valor da expressão abaixo:

$$\left(1 + \frac{2}{x}\right)^3 - \left(1 - \frac{3}{y}\right)^3.$$

- [A] 2
- [B] 3
- [C] 4
- [D] 5
- [E] 6

### Gabarito 10

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	B	C	A	C	D	C	C	D

# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 11



### QUESTÃO 01 CQ124

Seja a e b as raízes reais da equação abaixo, onde  $a > b$ .

$$x^{1+x^6} = (8x + 5)x^{8x}$$

Qual o valor da expressão

$$E = \frac{a^8 + a^6 + a^2 + 1}{a^4}$$

- a) 40
- b) 15
- c) 18
- d) 25
- e) 10

### QUESTÃO 02 CQ125

Calcule o valor da expressão:

$$\left(\sqrt{5 + \sqrt{24}}\right)^x - \left(\sqrt{5 - \sqrt{24}}\right)^x = 40\sqrt{6}$$

- a)  $\pm 4$
- b)  $\pm 2$
- c)  $\pm 3$
- d)  $\pm 1$
- e) 0

### QUESTÃO 03 CQ126

Sabendo que  $\sqrt[3]{x} - 3 = \sqrt[3]{x - 30}$ , determine o valor de  $x - \frac{1}{x}$

- [A] 18
- [B] 23
- [C] 36
- [D] 39
- [E] 43

### QUESTÃO 04 CQ 127

Resolva o sistema:

$$\begin{cases} \sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{y}} + \frac{3}{\sqrt{z}} = 1 \\ \sqrt{y} - \frac{3}{\sqrt{z}} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2 \\ \sqrt{z} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{y}} = 3 \end{cases}$$

Calcule o valor de x.y.z

- [A] 24
- [B] 36
- [C] 42
- [D] 49
- [E] 81



### QUESTÃO 05 CQ128

Se  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ , então  $x^{1024} + \frac{1}{x^{1024}}$  é igual a:

- [A] - 1
- [B] 2
- [C] 5
- [D] 7
- [E] 9

### QUESTÃO 06 CQ129

Se  $x^{x^6} = \sqrt{2\sqrt{2}}$ , Calcule o valor da expressão  $E = \frac{x^{36} + 1}{x^{12} + 1}$

- [A] 18
- [B] 26
- [C] 29
- [D] 59
- [E] 53

### QUESTÃO 07 CQ130

Calcule o valor de x na equação

$$x^{x^{20}} = \sqrt[2]{\sqrt{2}}$$

- [A]  $\sqrt{2}$
- [B]  $\sqrt[8]{2}$
- [C]  $\sqrt[4]{2}$
- [D]  $\sqrt[4]{6}$
- [E] 1

### QUESTÃO 08 CQ131

Calcule o valor de x, se  $x \in \mathbb{R}$

$$(x^2 - x - 3)^2 - x^3 = 17$$

- [A]  $\{-1, 1\}$
- [B]  $\{-1, 2\}$
- [C]  $\{-2, 4\}$
- [D]  $\{2, 3\}$
- [E]  $\{0, 1\}$

### Gabarito 11

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	E	A	C	A	A	E	B	C

# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 12



### QUESTÃO 01 CQ132

Resolva a equação  $x^{x^{42}} = \sqrt[6]{6}^{\sqrt[6]{6}}$

- [A]  $\sqrt[36]{6}$
- [B]  $-\sqrt[36]{6}$
- [C]  $\sqrt[6]{6}$
- [D]  $\sqrt[3]{6}$
- [E]  $-\sqrt[3]{6}$

### QUESTÃO 02 CQ133

Sabendo que  $x \in \mathbb{R}$ , calcule o valor de x na expressão  $49^x + 119^x = 289^x$ .

- [A]  $X \cong 2,123$
- [B]  $X \cong 3,313$
- [C]  $X \cong 4,241$
- [D]  $X \cong 5,341$
- [E]  $X \cong 6,161$

### QUESTÃO 03 CQ 134

Calcule o valor de x na expressão:

$$x^{x^{\sqrt[4]{x+0,25}}} = \left(\frac{1}{2}\right)\sqrt{2}^{1-2\sqrt{2}}$$

- [A]  $\frac{1}{2}$
- [B]  $\frac{1}{3}$
- [C]  $\frac{1}{4}$
- [D]  $\frac{1}{5}$
- [E]  $\frac{1}{6}$

### QUESTÃO 04 CQ 135

Se

$$H\sqrt{(X-5)(X+6)(X-1)(X+2)} + 196,$$

então  $R = \sqrt{H + 16,25}$ , é igual a:

- [A]  $2x+1$
- [B]  $\frac{x+1}{2}$
- [C]  $x+2$
- [D]  $x + \frac{1}{2}$
- [E]  $2x-1$



### QUESTÃO 05 CQ 136

Calcule o radical duplo  $(\sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}})^5$

- [A] 16
- [B] 32
- [C] 42
- [D] 56
- [E] 1

### QUESTÃO 06 CQ 192

Sabendo que x e y são inteiros positivos não nulos  $x^2 + 84x + 2008 = y^2$ . Então x+y vale:

- [A] 32
- [B] 60
- [C] 80
- [D] 71
- [E] 55

### QUESTÃO 07 CQ 137

Sabendo que  $x \neq 4$  e  $x^2 - 3x - 2\sqrt{x} = 0$ , então  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ , é:

- [A] 1
- [B] 2
- [C] 3
- [D] 5
- [E] 0

### QUESTÃO 08 CQ 142

Se  $x^{12} = x^{10} + 8$ . Então quanto vale  $x^{15}$ ?

Obs: Derivada de uma função potência  $f(x) = x^n = f' = nx^{n-1}$

A derivada de uma constante  $f(x) = c \leftrightarrow f'(x) = 0$

- [A]  $990X^8 + 48$
- [B]  $990X^8 - 48$
- [C]  $990X^8 + 48X$
- [D]  $990X^8 - 48X$
- [E]  $990X^8 + 48X^7$

### Gabarito 12

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	A	D	C	D	B	C	B	A

# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 13



### QUESTÃO 01 CQ 138

Resolva a equação  $9 \cdot 16^x + 4 \cdot 81^x = 13 \cdot 36^x$

- [A] {0,1}
- [B] {0,-1}
- [C] {-1,1}
- [D] {-1,-1}
- [E] {1,-1}

### QUESTÃO 02 CQ 139

Se  $\frac{x^2+1}{x} = 4$ , então qual p valor de

$$x^2 + x^3 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$$

- [A] 66
- [B] 64
- [C] 54
- [D] 52
- [E] 68

### QUESTÃO 03 CQ 140

Calcule o valor da expressão?

$$\sqrt[5]{\frac{7^{12} + 7^x}{7^x + 7^2}} = 7$$

- [A] 3
- [B] 6
- [C] 7
- [D] 8
- [E] 9

### QUESTÃO 04 CQ 143

Fatorar significa transformar a soma e a subtração de expressão algébrica ou equação em um produto com fatores.

$$\text{Seja } P = \frac{2x-1}{x^2-x} + \frac{x^2+x+1}{2x^2+x} - \frac{x^2+2}{2x^2-x-1}$$

- [A] 2
- [B] 4
- [C] 6
- [D] 8
- [E] 10

### QUESTÃO 05 CQ 145

Se  $x^3 + 4x = 8$ . Calcule  $x^7 + 64x^2$

- [A] 2187
- [B] 128
- [C] 78125
- [D] 256
- [E] 16384



### QUESTÃO 06 CQ 146

Simplifique a expressão  $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3\sqrt{5}}}$

- [A] um nr irracional
- [B] um nr racional não inteiro
- [C] um nr primo
- [D] um nr quadrado perfeito
- [E] um nr inteiro negativo

### QUESTÃO 07 CQ 150

A soma dos algarismos do número

$\sqrt{2004 \cdot 2002 \cdot 1998 \cdot 1996} + 36$  é igual a:

- [A] 20
- [B] 12
- [C] 48
- [D] 24
- [E] 30

### QUESTÃO 08 CQ 151

Calcule o valor de  $E = \frac{5}{6} + \frac{13}{36} + \frac{35}{216} + \frac{97}{1296} + \dots$

- [A]  $\frac{1}{2}$
- [B]  $\frac{3}{2}$
- [C]  $\frac{4}{3}$
- [D]  $\frac{2}{5}$
- [E] 1

### Gabarito 13

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	A	A	C	A	A	C	C	B



# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 15



### QUESTÃO 01 CQ 162

Se  $x + \frac{1}{x} = 1$ , calcule o valor da expressão

$$E = \frac{x^6 + x^3 + 1}{x^4 + x^3 + x^2}$$

- [A] 1 [B] -1 [C]  $-\frac{1}{2}$  [D] 2 [E] 3

### QUESTÃO 02 CQ 163

Se  $x^2 - 7x + 13 = 0$ , então o valor de

$(x - 3)^7 + \frac{1}{(x-3)^{13}}$ , é igual a:

- [A] 1 [B] 3 [C] 4 [D] 6 [E] 8

### QUESTÃO 03 164

Se  $x + \frac{1}{x} = 99$ . Calcule o valor de  $\frac{100x}{2x^2 + 102x + 2}$

- [A] 1 [B] 1/3 [C] 2/3 [D] 1/4 [E] -1

### QUESTÃO 04 165

Sejam m e n as raízes da equação

$$x^2 - Kx + 3 = 0.$$

Sabendo que  $m + \frac{1}{n}$  e  $n + \frac{1}{m}$ , são raízes de  $x^2 - ax + b = 0$ . Dado que a, b e k  $\in \mathbb{R}$ , então b é igual?

- [A] 0 [B]  $\frac{11}{6}$  [C]  $\frac{12}{5}$  [D]  $\frac{16}{3}$  [E]  $\frac{13}{4}$

### QUESTÃO 05 166

Sabendo que a solução da equação

$$2^x - 3^x = \sqrt{6^x - 9^x} \text{ é da forma } \frac{1}{1 - \log_a b},$$

Calcule a+b:

- [A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] 5



### QUESTÃO 06 167

Se  $x^4 = 47 - \frac{1}{47 - \frac{1}{47 - \frac{1}{\ddots}}}$ , Calcule

$$Q = \sqrt{\frac{x^{10} + x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1}{x^5}}$$

- [A] 12 [B] 15 [C] 21 [D] 23 [E] 35

### QUESTÃO 07 168

Calcule o valor do coeficiente de  $x^{99}$  no desenvolvimento da expressão

$$(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) \dots (x - 99)(x - 100)$$

- [A] -1010  
[B] -4950  
[C] -5005  
[D] -5050  
[E] -4851

### QUESTÃO 08 169

$$A = \frac{3}{1.2} + \frac{7}{3.4} + \frac{11}{5.6} + \dots + \frac{39}{19.20} + \frac{43}{21.22}$$
$$B = \frac{5}{2.3} + \frac{9}{4.5} + \frac{13}{6.7} + \dots + \frac{41}{20.21} + \frac{45}{22.23}$$

Calcule A-B

- [A] 23 [B]  $\frac{22}{23}$  [C]  $\frac{25}{36}$  [D]  $\frac{27}{30}$  [E]  $\frac{13}{11}$

### Gabarito 15

	1	2	3	4	5	6	7	8
	C	A	B	D	E	A	D	B

# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 16



### QUESTÃO 01 CQ 170

O conjunto solução da equação

$$\left\{ [5\sqrt{2} + 7]^{\frac{1}{3}} - [5\sqrt{2} - 7]^{\frac{1}{3}} \right\}^x = 140\sqrt{2}, \text{ é}$$

um número:

- [A] Divisível por 11
- [B] Múltiplo de 13
- [C] Composto
- [D] primo
- [E] Impar

### QUESTÃO 02 CQ 171

Sabendo que  $x^2 + \frac{1}{x^2} - 4x + \frac{4}{x} + 1 = 0$

Um possível valor de  $x^2 - 3x + 5$  é:

- [A] 1
- [B] 3
- [C] 4
- [D] 6
- [E] 8

### QUESTÃO 03 CQ 172

Se  $x + \frac{1}{x} = 3$ , Calcule  $E = \left[ x^x + \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}} \right] \cdot \left[ x^{\frac{1}{x}} + \left(\frac{1}{x}\right)^x \right]$

- [A] 10
- [B] 20
- [C] 30
- [D] 50
- [E] 70

### QUESTÃO 04 CQ 173

Calcule

$$\sqrt[12]{5(x^3 - y^3)(x^2 - xy + y^2)(x^6 + y^6)} + y^{12}$$

$$x = 3 - \sqrt{2}$$

$$y = 2 + \sqrt{2}$$

- [A] 5
- [B]  $3 + \sqrt{2}$
- [C]  $3 - \sqrt{2}$
- [D]  $2 + \sqrt{3}$
- [E]  $2 - \sqrt{32}$

### QUESTÃO 05 CQ 174

Na equação  $ax^2 + bx + c = 0$ , os coeficientes a, b e c são 2 inteiros e  $a > 0$ . Sabe-se que uma das raízes é  $\frac{2}{5 - \sqrt{11}}$ . Então, o menor valor de "a" é:

- [A] 3
- [B] 5
- [C] 7
- [D] 9
- [E] 11



### QUESTÃO 06 CQ 175

Simplifique  $\sqrt{(x^2 + 2x - 4)^2 - x(x + 2)(x + 4)(x - 2)}$

- [A] 1
- [B] 2
- [C] 3
- [D] 4
- [E] 11

### QUESTÃO 07 CQ 176

Calcule  $\sqrt[7]{\frac{5^{16} + 5^x}{5^x + 5^2}} = 5$

- [A] 9
- [B] 11
- [C] 13
- [D] 14
- [E] 15

### QUESTÃO 08 CQ 177

Se  $x^2 - x - 1 = 0$ , então  $x^8 + \frac{1}{x^8}$

- [A] 33
- [B] 47
- [C] 42
- [D] 56
- [E] 1

### Gabarito 16

	1	2	3	4	5	6	7	8
	C	D	B	C	C	D	A	B

# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 17



### QUESTÃO 01 CQ 178

Calcule  $\sqrt{3x^2 - 5x^4y^4 + 3y^2 + 3}$ , Sabendo que  $x = \sqrt{2} + 1$  e  $y = \sqrt{2} - 1$

- [A] 3 [B] 4 [C] 2 [D] 6 [E] 1

### QUESTÃO 02 CQ 179

Calcule a soma das raízes

$$(\sqrt{4 - \sqrt{15}})^{x-10} = (2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{4 + \sqrt{15}})^{x-10}$$

- [A] 10 [B] 8 [C] 15 [D] 20 [E] 21

### QUESTÃO 03 CQ 180

Se define que  $f(2x) = f(x) + x - 1$  e  $f(x - 1) = 2f(x + 5) - x + 3$ . Calcule  $f(12)$

- [A] -2 [B] -1 [C] 0 [D] 1 [E] 2

### QUESTÃO 04 CQ 181

A expressão  $6\sqrt{50} - 5\sqrt{75} - \sqrt{128} - 16\sqrt{48}$  Está na forma  $a(\sqrt{a} - \sqrt{c})$  com a,b inteiro e a maior possível. Nesse caso, o valor de a+b+c

- [A] 18 [B] 19 [C] 20 [D] 21 [E] 22

### QUESTÃO 05 CQ 182

Se  $\frac{1}{a+319} = \frac{27}{73}$ , então o valor de  $\frac{3}{a+320}$  será igual a:

- [A]  $\frac{27}{74}$   
[B]  $\frac{81}{84}$   
[C] 1,17  
[D] 0,17  
[E] 0,81



### QUESTÃO 06 CQ 183

Se

$$x = \sqrt{8 + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5}}$$

Então x é igual a:

- [A]  $\sqrt{10} + \sqrt{2}$   
[B]  $2\sqrt{5} + 2$   
[C] 4  
[D]  $2\sqrt{5} - 2$   
[E]  $\sqrt{10} - \sqrt{2}$

### QUESTÃO 07 CQ 184

Se  $\frac{a}{b} = 5 + \sqrt{24}$ , calcule x.

$$x = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{2b}}{\sqrt{b}}$$

- [A]  $\sqrt{5}$   
[B]  $-\sqrt{3}$   
[C]  $\sqrt{3}$   
[D]  $-\sqrt{5}$   
[E]  $\sqrt{2}$

### QUESTÃO 08 CQ 185

Sabendo que  $a^4 + a^3 + a^2 + a + 1 = 0$ . Determine o valor de  $a^{2000} + a^{2001} + 1$

- [A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 4 [E] 5

### Gabarito 17

	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	D	B	C	E	A	A	C



# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 18



### QUESTÃO 01 CQ186

Determine o valor de  $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{10} + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{10}$

- [A] 36 [B] 54 [C] 79 [D] 84 [E] 123

### QUESTÃO 02 CQ187

Determine o valor de  $\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^5 + \left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^5$

- [A] 1236 [B] 2525 [C] 3279 [D] 84 [E] 123

### QUESTÃO 03 CQ188

Calcule x se  $x > 0$

$$X = \sqrt{2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{16\sqrt{32}} \dots}}}$$

- [A] 2 [B] 4 [C] 8 [D] 9 [E] 32

### QUESTÃO 04 CQ189

Sejam  $\alpha, \beta, \theta$ , raízes da equação  $2x^3 - 4x^2 + 2x + 1 = 0$ . Calcule

$$\alpha + \frac{1}{\alpha} + \beta + \frac{1}{\beta} + \theta + \frac{1}{\theta}$$

- [A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] 4

### QUESTÃO 05 CQ190

Resolva a equação  $(x^2 + 3x + 6)(x^2 + 7x + 16) = 40$

- [A]  $\{-1, -4\}$   
[B]  $\{-1, 4\}$   
[C]  $\{1, -4\}$   
[D]  $\{1, 4\}$   
[E]  $\{-2, -4\}$



### QUESTÃO 06 CQ 193

Se  $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ , então  $x^{12}$  é igual a?

- [A]  $116 + 90\sqrt{5}$   
[B]  $60 + 70\sqrt{5}$   
[C]  $156 + 45\sqrt{5}$   
[D]  $161 + 72\sqrt{5}$   
[E]  $6 + 2\sqrt{5}$

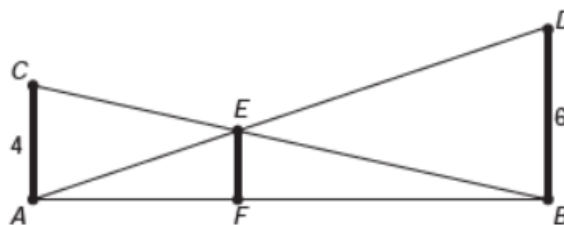
### QUESTÃO 07 CQ 194

Se  $5^x = 7^y = 1225$ , então  $\frac{xy}{x+y}$ ?

- [A] 2  
[B] 3  
[C] 4  
[D] 5  
[E] 6

### QUESTÃO 08

O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6 m e 4 m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo segmento EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados



- [A] 1 [B] 2 [C] 2,5 [D] 3 [E] 2,6

### Gabarito 18

	1	2	3	4	5	6	7	8
	E	B	E	A	A	D	A	C

# EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

## Lista 19



### QUESTÃO 01 CQ 120

A equação

$(x + 1)(x^2 + 1)(x^3 + 1) = 30x^3$  admite as raízes

$\frac{a \pm \sqrt{b}}{c}$ , tal que  $a + b + c$  é igual :

- [A] 8 [B] 9 [C] 10 [D] 11 [E] 12

### QUESTÃO 02 CQ 54

Sabendo que

$$P(x) = (x^3 + 1)(x^7 + 1)(x^{11} + 1) \dots (x^{99} + 1)$$

- [A] 1273  
[B] 1274  
[C] 1275  
[D] 1276  
[E] 1277

### QUESTÃO 03 CQ 71

Dado um triângulo ABC com

$TgA + TgB + TgC = 6$ . Calcule o valor do produto  $CotgA \cdot CotgB \cdot CotgC$

- [A] 1/6  
[B] 6  
[C] 1/5  
[D] 5  
[E] 1/4

### QUESTÃO 04 CQ 02

Se  $\log_2 = a$  e  $\log_3 = b$ .

Determine o valor de  $x$  na equação  $2 \cdot 9^x + 15 \cdot 4^x = 13 \cdot 6^x$ , em função de  $a$  e  $b$ , com  $x \neq 1$ .

- [A]  $\frac{a-1}{a+b}$   
[B]  $\frac{a-2}{a-1}$   
[C]  $\frac{b-2}{a-1}$   
[D]  $\frac{1-a}{b-a}$   
[E]  $\frac{1-a}{a+b}$



### QUESTÃO 05 CQ 03

Dado a soma  $S = \log_2 \sqrt{3} + \log_2 \sqrt[4]{9} + \log_2 \sqrt[16]{81} + \dots$

Determine o item que representa o valor de  $S$ .  
[A]  $1 < S < 2$

[B]  $3 < S < \frac{3}{2}$

[C]  $\frac{2}{3} < S < 4$

[D]  $0 < S < 4$

[E]  $2 < S < 4$

### QUESTÃO 06 CQ 09

Sabendo que  $M = \frac{1}{\log_2^n} + \frac{1}{\log_3^n} + \frac{1}{\log_4^n} + \dots +$

$\frac{1}{\log_{2021}^n}$ , com

$N = (2021!)^{400}$ . Determine o valor de  $\sqrt{3600 \cdot M + 7}$ :

- [A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 4 [E] 5

### QUESTÃO 07 CQ 7

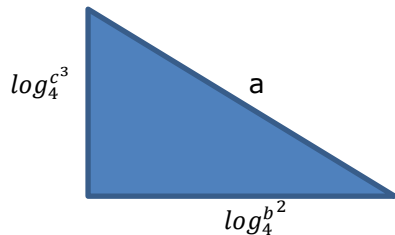
Sabendo que  $\log_{\frac{11}{10}} \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)^{-n} =$

$n$ , calcule o valor da  $\sqrt{1 + (\log_3^{n^2-19})!}$

- [A] 4 [B] 5 [C] 6 [D] 7 [E] 8

**QUESTÃO 08** CQ 32

Sejam  $b$  e  $c$  nessa ordem a maior e a menor raiz da equação  $(\log_4^{4x})^2 + (\log_4^{0,25x})^2 + (\log_4^{\frac{x}{16}})^2 = 2^{\log_8^{125}}$ . Calcule a área de um triângulo que possui catetos  $\log_4^{c^3}$  e  $\log_4^{b^2}$ .



- [A]  $\sqrt[3]{5^2}$  ua  
 [B]  $\frac{1}{2}$  ua  
 [C] 1 ua  
 [D] 2 ua  
 [E] 4 ua

**Gabarito 19**

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	C	C	A	D	E	D	B	C

**EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO****Lista 20****QUESTÃO 01** CQ 39

Resolva o sistema abaixo e determine o produto dos valores de  $x$ .

$$\begin{cases} \log^2 xy - \log^2 \frac{x}{y} = 8 \\ 2^{\log x} = 4^{\log y} \end{cases}$$

- [A] 10  
 [B]  $10^{-1}$   
 [C]  $10^2$   
 [D] 1  
 [E] 0

**QUESTÃO 02** CQ 44

No sistema  $\begin{cases} 64^{2a} + 64^{2b} = 40 \\ 64^{a+b} = 12 \end{cases}$ . Calcule  $a + b$

- [A]  $x = \frac{1}{6} \log_2^6 + 1$   
 [B]  $x = \frac{1}{6} \left( \frac{\log_{10}^6}{\log_{10}^2} + 1 \right)$   
 [C]  $x = \frac{1}{3} (\log_2^6 - 2)$   
 [D]  $x = \frac{1}{3} (\log^6 + \log^2 - 1)$

**QUESTÃO 03** CQ 47

Calcule o valor de  $x$  que satisfaz

$$\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{1 + \frac{3x}{8}} + 3 \log_{\frac{1}{4}} \left( 1 - \frac{3x}{8} \right) = \log_{\frac{1}{16}} \left( 1 - \frac{9x^2}{64} \right) + 2.$$

- [A] -2  
 [B]  $-\frac{1}{4}$   
 [C]  $\frac{1}{4}$   
 [D] 2  
 [E] 4

**QUESTÃO 04** CQ 48

Calcule o valor de  $x$  na equação

$$(2x)^{\log_5^2} = (3x)^{\log_5^3}$$

- [A]  $\frac{1}{3}$   
 [B]  $\frac{1}{4}$   
 [C]  $\frac{1}{5}$   
 [D]  $\frac{1}{6}$   
 [E]  $\frac{1}{7}$

**QUESTÃO 05** CQ 72

Calcule o valor da Expressão

$$\log_x^x + \log_{\sqrt{x}}^x + \log_{\sqrt[3]{x}}^x + \dots + \log_{\sqrt[20]{x}}^x$$

- [A] 208  
 [B] 209  
 [C] 210  
 [D] 211  
 [E] 212

**QUESTÃO 06** CQ 73

Sabendo que  $1, \log_9^{3^{1-x}+2}, \log_3^{4 \cdot 3^x-1}$ , Estão em PA. Calcule o valor de  $x$ .

- [A]  $\log_3^4$
- [B]  $1-\log_3^4$
- [C]  $1-\log_4^3$
- [D]  $\log_4^3$
- [E] 1

**QUESTÃO 07** CQ 194

**BIZU MUITO LEGAL:**  $\sqrt[3]{A + B\sqrt{C}} = \sqrt{\frac{B-C}{3}} \pm \sqrt{C}$

Simplifique a expressão:  $\left(\frac{1}{\sqrt{5}-2}\right)^{\log_{(9+4\sqrt{5})}^{(38-17\sqrt{5})\frac{2}{3}}}$

- [A]  $\sqrt{5}-2$
- [B]  $\sqrt{5}+2$
- [C]  $9+4\sqrt{5}$
- [D]  $2-\sqrt{5}$
- [E]  $\sqrt{5}$

**QUESTÃO 08** CQ 123

Se  $x^2 - 9x + 15 = 0$ , então  $(x-2)^3 + \frac{1}{(x-2)^3}$ ,

é igual a:

- [A] 99
- [B] 110
- [C] 121
- [D] 125
- [E] 136

**Gabarito 20**

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	D	B	D	D	C	C	B	B



**"O corpo alcança o que a mente acredita"**

Visitem o nosso canal,  
<https://youtube.com/user/CursoDegrausBrasil>.



## FORMULÁRIO

### RELAÇÃO ENTRE OS COEFICIENTES DE

$ax^2 + bx + c = 0$ , para  $a \neq 0$  e  $b \neq 0$

1.  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

2.  $x_1 + x_2 = \frac{c}{a}$

3.  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$

4.  $x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{\Delta}}{a}$

5.  $\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} = \frac{\sqrt{\Delta}}{c}$

6.  $x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$

7.  $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2}$

8.  $x_1^2 - x_2^2 = \frac{b\sqrt{\Delta}}{a^2}$

9.  $\frac{1}{x_1^2} - \frac{1}{x_2^2} = -\frac{b\sqrt{\Delta}}{c^2}$

10.  $x_1^3 + x_2^3 = \frac{3abc - b^3}{a^3}$

11.  $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = \frac{3abc - b^3}{c^3}$

12.  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = \frac{b^2 - 3abc - 3a^2d}{2a^3}$

13.  $x_1^3 - x_2^3 = \frac{\sqrt{\Delta}(b^2 - ac)}{a^3}$

14.  $\frac{1}{x_1^3} - \frac{1}{x_2^3} = \frac{\sqrt{\Delta}(b^2 - ac)}{c^3}$

15.  $M_a = -\frac{b}{2a}$

16.  $M_g = \pm \sqrt{\frac{c}{a}}$

17.  $M_h = \frac{-2c}{b}$

18.  $M_p = \frac{-c}{b}$

19.  $\text{Mod} = 1 + \frac{ac}{(a+b)}$

20.  $ac(R + 1)^2 = R \cdot b^2$

21.  $D_p = \pm \sqrt{\frac{c(a-b)^2}{n}}$

22.  $CVR = \frac{-2a}{b} \sqrt{\frac{c(a-b)^2}{n}}$

23.  $CHR = \frac{-2b}{c} \sqrt{\frac{a(b-c)^2}{n}}$

24.  $CVa = \frac{4\sqrt{\Delta} - b}{2a}$

25.  $V_{min} = \frac{-\Delta}{4a}$

26.  $V_{max} = -\frac{\sqrt{\Delta}}{4a}$

27.  $P_R = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

28.  $P_I = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

29.  $P_{min} = \frac{-b + 2\sqrt{\Delta}}{2a}$

30.  $P_{max} = \frac{-b - 2\sqrt{\Delta}}{2a}$

31.  $P_{mr} = \frac{(b+c) \cdot a - \sqrt{\Delta}}{n+1}$

32.  $P_{mar} = \frac{(b-c) \cdot a + \sqrt{\Delta}}{n+1}$

33.  $S_{Ma} = \frac{(b+c) - a}{n+1}$

34.  $SM_g = \pm \sqrt{\frac{(b+c) \cdot a + 2\sqrt{\Delta}}{n+1}}$

35.  $SM_{gp} = \pm \sqrt{\frac{(b+c)^a \cdot c - 4\sqrt{\Delta}}{n+1}}$

36.  $S_H = \pm \sqrt{\frac{c}{ab(n+1)}}$

37.  $S_{gp} = \pm \sqrt{\frac{a^b \cdot b^c}{abc(n+1)}}$

38.  $S_{ap} = \frac{-c}{ab(n+1)}$

39.  $CVH = \frac{-2c}{\sqrt{\Delta} \cdot (ab+n+1)}$

40.  $CVP = \frac{-c}{\sqrt{\Delta} \cdot (ab+n-1)}$

41.  $CVGP = \pm \sqrt{\frac{a^{b+1} \cdot b^{c+1}}{(a+b+c) \cdot (n+1)}}$

42.  $\sqrt{x_1 + x_2} = \frac{\sqrt{-ab}}{a}$

43.  $\sqrt{x_1 - x_2} = \frac{\sqrt{\Delta}}{a}$

44.  $\sqrt{x_1 \cdot x_2} = \sqrt{\frac{ac}{a}}$

45.  $\sqrt{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}} = \sqrt{\frac{-b}{c}}$

46.  $\sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \sqrt{\frac{b^2 - 2ac}{a}}$

47.  $\sqrt{x_1^2 - x_2^2} = \sqrt{\frac{-b\sqrt{\Delta}}{a}}$

48.  $\sqrt{\frac{1}{x_1^2} - \frac{1}{x_2^2}} = \sqrt{\frac{-b\sqrt{\Delta}}{c}}$
49.  $\sqrt{\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}} = \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta}}{c}}$
50.  $\sqrt{x_1^3 + x_2^3} = \frac{\sqrt{3abc - b^3}}{a\sqrt{a}}$
51.  $\sqrt{\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}} = \sqrt{\frac{3abc - b^3}{c\sqrt{c}}}$
52.  $\sqrt{x_1^3 - x_2^3} = \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta}(b^2 - ac)}{a\sqrt{a}}}$
53.  $\sqrt{\frac{1}{x_1^3} - \frac{1}{x_2^3}} = \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta}(b^2 - ac)}{c\sqrt{c}}}$
54.  $PGH = c(a + b)^n$
55.  $PGhp = a(c - b)^n$
56.  $PAh = \frac{c}{(a+b)^n}$
57.  $PAr = \frac{a}{(a+b)^n}$
58.  $PG = a^n \cdot b^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot \sqrt{c}$
59.  $PGP = c^n \cdot b^{n+1} \cdot a^{n+2}$
60.  $PR = \frac{(a+b+c)!}{a!b!c!}$
61.  $Mr = c(a + bn)$
62.  $Vr = \frac{a \cdot b \cdot n}{1 + cn}$
63.  $Virra = \frac{a \cdot b \cdot n}{1 - cn}$
64.  $VMr = (abc + 1)^n + 1$
65.  $Vra = (abc + 1)^{n+1} - 1$
66.  $VRI = (a \cdot b \cdot c - 1)^{n-1} + 1$
67.  $V_{MexPo} = \sqrt[n]{\frac{a+b+c}{a \cdot b \cdot c}}$
68.  $(p + q + r)^3 = p^3 + q^3 + r^3 + 3(p + q + r)(pq + pr + qr)$

Nomenclatura das formulas:

- PR** - Produto Racional das raízes;
- PI**: Produto Irracional das raízes
- PMR**: Produto médio das raízes;
- SMA**: Soma média aritmética das raízes;
- SGM**: Soma geométrica média das raízes;
- SMGP**: Soma média geométrica ponderada das raízes;
- SH**: Soma harmônica das raízes;
- SG**: Soma geométrica as raízes;

**SGP**: Soma geométrica ponderada as raízes;

**SHP**: Soma harmônica ponderada das raízes;

**CVH**: Coeficiente de variação harmônica das raízes;

**CVP**: Coeficiente de variação harmônica das raízes;

**CVP**: Coeficiente de variação ponderada das raízes;

**CVGP**: Coeficiente de variação geométrica ponderada das raízes.

**M S P**: Máxima soma ou subtração possível.

**M S P**: Máxima produto possível.

