Geometria Espacial – Troncos e Esferas

Frente 2 – Professor Ronaldo

1. Calcular a área lateral e a área total e o volume de um tronco de pirâmide quadrangular regular, cujos apótemas das bases medem 3 cm e 8 cm e cujo apótema lateral mede 13 m. Resp.: 528; 628 e 592.

2. Uma pirâmide de base pentagonal com 12 cm de altura e 81 cm² de área da base é seccionada por um plano α, paralelo ao plano da base e distante 8 cm desta. Qual a área do pentágono obtida nessa intersecção?

3. O volume, em centímetros cúbicos, do tronco de pirâmide de bases paralelas, obtido na questão anterior, é igual a:

a) 972 b) 936 c) 364 d) 324 e) 312

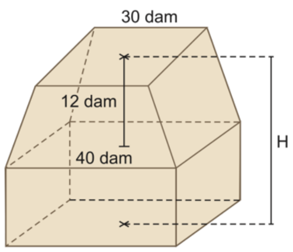
4. A geratriz de um tronco de cone de bases paralelas mede 5 cm. Os raios das bases desse tronco medem 5 cm e 2 cm. Calcule o seu volume.

5. A área total do tronco de cone do exercício anterior, em centímetros quadrados, é igual a:

a) 35π b) 44π c) 60π d) 64π e) 72π

6. A que distância do vértice devemos cortar um cone de revolução de 15 cm de altura, por um plano paralelo à base, de modo que o volume do cone destacado seja $\frac{1}{27}$ do volume do primeiro?

7. (UNESP) Para calcularmos o volume aproximado de um iceberg, podemos compará-lo com sólidos geométricos conhecidos. O sólido da figura, formado por um tronco de pirâmide regular de base quadrada e um paralelepípedo reto-retângulo, justapostos pela base, representa aproximadamente um iceberg no momento em que se desprendeu da calota polar da Terra. As arestas das bases maior e menor do tronco de pirâmide medem, respectivamente, 40 dam e 30 dam, e a altura mede 12 dam.



Passado algum tempo do desprendimento do iceberg, o seu volume era de 23 100 dam³, o que correspondia a 3/4 do volume inicial. Determine a altura H, em dam, do sólido que representa o iceberg no momento em que se desprendeu.

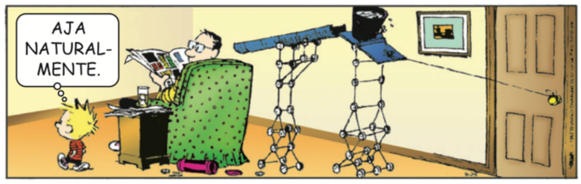
8. (FUVEST) As bases de um tronco de cone circular reto são círculos de raios 6 cm e 3 cm. Sabendo-se que a área lateral do tronco é igual à soma das áreas das bases, calcule:

a) a altura do tronco de cone;

b) o volume do tronco de cone.

9. (PUC) Calvin, por natureza, é um menino maldoso e "arteiro". A tira a seguir mostra a "engenhoca" que ele construiu para perturbar o sossego de seu pai. Ele espera que, ao ser aberta a porta, a água existente no balde escorra pela canaleta e molhe seu pai!

O MELHOR DE CALVIN - Bill Watterson



Sabe-se que o balde tem a forma de um tronco de cone de 16 cm de altura e os raios das bases de medidas 11 cm e 8 cm, e a água em seu interior ocupa $\frac{2}{3}$ de sua capacidade. Assim sendo, quantos litros de água Calvin pretende jogar em seu pai? (Adote π = 3).

a) 2,965 b) 2,912 c) 2,904 d) 2,894 e) 2,890

10. (UNESP) – Marcos, sentindo muito calor, senta-se em um bar e pede um chope, o qual lhe é servido em uma "tulipa", que é um copo na forma de um cone invertido. O garçom chega com a bebida ao mesmo tempo em que "Purê", seu grande amigo, passa em frente ao bar. Marcos grita: – "Purê, sente-se aqui e tome a metade do chope desta tulipa comigo!" Purê senta-se, faz cara de quem não sabe o que fazer e diz: – "Marcos, mas até que altura do copo eu devo beber o chope para que sobre exatamente a metade para você?" Marcos pega um guardanapo de papel, uma caneta e mede a altura da tulipa, que era de 20 cm. Após alguns minutos e algumas contas, Marcos diz ao amigo: – "Você deve beber os primeiros... Use: $4^{1/3} \cong 1{,}6$

a) 4 cm de chope na tulipa".

b) 5 cm de chope na tulipa".

c) 10 cm de chope na tulipa".

d) 15 cm de chope na tulipa".

e) 16 cm de chope na tulipa".

11. O volume da esfera inscrita num cubo cuja aresta mede 6 cm é:

a)$30\pi cm^3$ b)$32\pi cm^3$ c)$34\pi cm^3$ d)$36\pi cm^3$ e)$38\pi cm^3$

12. A razão entre o volume de uma esfera e o volume do cubo a ela circunscrito é igual a:

a) $\frac{\pi}{8}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{4}$ d) $\frac{\pi}{3}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

13. A razão entre o volume de uma esfera e o volume de um cubo nela inscrito é igual a:

a) $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$ c) $\frac{\pi\sqrt{3}}{4}$ d) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$ e) π

14. (PUC) O volume de um cone equilátero circunscrito a uma esfera de raio R é:

a) πR^3 b) $2\pi R^3$ c) $3\pi R^3$ d) $4\pi R^3$ e) $5\pi R^3$

15. (MACKENZIE) A razão entre o volume de uma esfera e o volume de um cilindro circular reto circunscrito a esta esfera é igual a:

a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\sqrt{3}$ d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

16. (FUVEST) Dois aviões vão de Brasília a Moscou. O primeiro voa diretamente para o norte, até atingir o paralelo de Moscou, quando então muda o rumo para o leste, seguindo para o seu destino final. O segundo voa para o leste até atingir o meridiano de Moscou, tomando então o rumo norte até chegar a esta cidade.

a) Desprezando as variações de altitude, qual avião terá percorrido a maior distância em relação ao solo? Justifique sua resposta. Resp.: 2º avião

b) Calcule a diferença entre as distâncias percorridas, supondo que a Terra seja esférica. Resp.: $\frac{10880\pi}{9}\ km$

Note e adote:
cos 56° = 0,56; sen 56° = 0,83; cos 16° = 0,96; sen 16° = 0,28
latitude e longitude de Brasília: 16°S e 48°W
latitude e longitude de Moscou: 56°N e 37°E
Raio da Terra: 6.400 km

17. (FUVEST) A esfera ε, de centro O e raio r > 0, é tangente ao plano α. O plano β é paralelo a α e contém O. Nessas condições, o volume da pirâmide que tem como base um hexágono regular inscrito na intersecção de ε com β e, como vértice, um ponto em α, e igual a:

a) $\frac{\sqrt{3}r^3}{4}$ b) $\frac{5\sqrt{3}r^3}{16}$ c) $\frac{3\sqrt{3}r^3}{8}$ d) $\frac{7\sqrt{3}r^3}{16}$ e) $\frac{\sqrt{3}r^3}{2}$

18. Uma empresa que fabrica esferas de aço, de 6 cm de raio, utiliza caixas de madeira, na forma de um cubo, para transportá-las. Sabendo que a capacidade da caixa é de 13.824 cm³, então o número máximo de esferas que podem ser transportadas em uma caixa é igual a:

a) 4 b) 8 c) 16 d) 24 e) 32

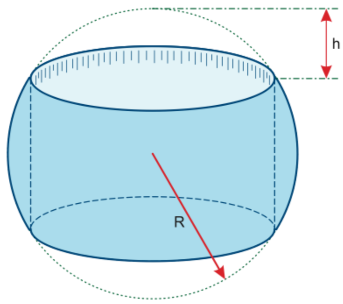
19. (FUVEST)

Relógio Solar é um projeto de Caetano Fraccaroli, executado por Vera Pallamin.

Esta foto é do relógio solar localizado no campus do Butantã, da USP. A linha inclinada (tracejada na foto), cuja projeção ao chão pelos raios solares indica a hora, é paralela ao eixo de rotação da Terra, sendo μ e ρ, respectivamente, a latitude e a longitude do local, medidas em graus, pode-se afirmar, corretamente, que a medida em graus do ângulo que essa linha faz com o plano horizontal é igual a:

a) ρ b) μ c) $90-\rho$ d) $90-\mu$ e) $180-\rho$

20. (UNICAMP) Uma peça esférica de madeira maciça foi escavada, adquirindo o formato de anel, como mostra a figura seguinte. Observe que, na escavação, retirou-se um cilindro de madeira com duas tampas em formato de calota esférica. Sabe-se que uma calota esférica tem volume igual $V_{Calota}=\frac{\pi h^2}{3}(3R-h)$, em que h é a altura da calota e R é o raio da esfera. Além disso, a área da superfície da calota esférica (excluindo a porção plana da base) é dada por $A_{Calota}=2\pi Rh$. (Atenção: não use um valor aproximado para π).



a) Supondo que h = R/2, determine o volume do anel de madeira, em função de R. Resp.: a) $\frac{\pi R^3}{6}$; b) $\pi R^2(2+\sqrt{3})$

b) Depois de escavada, a peça de madeira receberá uma camada de verniz, tanto na parte externa, como na interna. Supondo, novamente, que h = R/2, determine a área sobre a qual o verniz será aplicado.

Gabarito

1.	**2.** 9cm²	**3.** e	**4.** 52 π cm³	**5.** d
6. 5 cm	**7.** 22 dam	**8.** 5 ; 84π	**9.** b	**10.** a
11. d	**12.** b	**13.** a	**14.** c	**15.** b
16.	**17.** e	**18.** b	**19.** b	**20.**